CAPÍTULO

11 Funciones exponenciales y radicales

Enfoque del capítulo

- Representar gráficamente funciones exponenciales y usarlas para representar problemas del mundo real
- Simplificar expresiones radicales
- Usar ecuaciones radicales para resolver problemas del mundo real

Explosión demográfica

Los conceptos de este capítulo se usan para hacer un modelo de muchos fenómenos del mundo real, como los cambios en las poblaciones silvestres.

go.hrw.com
Proyecto del capítulo en línea
CLAVE: MA7 ChProj

¿ESTÁS LISTO?

Vocabulario

Elige el término de la izquierda que corresponde a cada definición de la derecha.

1. términos semejantes
2. raíz cuadrada
3. dominio
4. cuadrado perfecto
5. exponente

A. el conjunto de segundos elementos de una relación

B. términos que contienen las mismas variables elevadas a las mismas potencias

C. el conjunto de primeros elementos de una relación

D. número que indica cuántas veces se usa una base como factor

E. número cuya raíz cuadrada positiva es un número natural

F. uno de los dos factores iguales de un número

Evaluar potencias

Halla el valor de cada expresión.

6. 2^4 **7.** 5^0 **8.** $7 \cdot 3^2$ **9.** $3 \cdot 5^3$

10. 3^5 **11.** $-6^2 + 8^1$ **12.** $40 \cdot 2^3$ **13.** $7^2 \cdot 3^1$

Representar gráficamente funciones

Representa gráficamente cada función.

14. $y = 8$ **15.** $y = x + 3$ **16.** $y = x^2 - 4$ **17.** $y = x^2 + 2$

Fracciones, decimales y porcentajes

Escribe cada porcentaje como decimal.

18. 50% **19.** 25% **20.** 15.2% **21.** 200%

22. 1.9% **23.** 0.3% **24.** 0.1% **25.** 1.04%

Cuadrados y raíces cuadradas

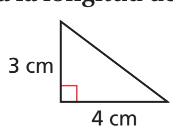
Halla cada raíz cuadrada.

26. $\sqrt{36}$ **27.** $\sqrt{81}$ **28.** $\sqrt{25}$ **29.** $\sqrt{64}$

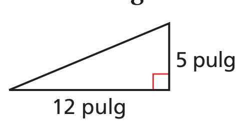
Teorema de Pitágoras

Halla la longitud de la hipotenusa de cada triángulo rectángulo.

30.



31.



32.

Multiplicar monomios y polinomios

Multiplica.

33. $5(2m - 3)$ **34.** $3x(8x + 9)$ **35.** $2t(3t - 1)$ **36.** $4r(4r - 5)$

CAPÍTULO 11

Guía de estudio: Vistazo previo

De dónde vienes

Antes,

- identificaste y desarrollaste secuencias aritméticas.
- identificaste y representaste gráficamente funciones lineales y funciones cuadráticas.
- resolviste ecuaciones lineales y cuadráticas.

En este capítulo

Estudiarás

- otro tipo de secuencia: las secuencias geométricas.
- otros dos tipos de funciones: las funciones exponenciales y las funciones de raíz cuadrada.
- las ecuaciones radicales.

Adónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- para analizar funciones más complicadas en cursos de matemáticas más avanzados, como Cálculo.
- para explorar los modelos de crecimiento exponencial y decremento exponencial que se utilizan en ciencias.
- para tomar decisiones informadas sobre finanzas.

Vocabulario/Key Vocabulary

crecimiento exponencial	exponential growth
decremento exponencial	exponential decay
ecuación radical	radical equation
expresión radical	radical expression
función de raíz cuadrada	square-root function
función exponencial	exponential function
interés compuesto	compound interest
radicales semejantes	like radicals
radicando	radicand
razón común	common ratio
secuencia geométrica	geometric sequence
solución extraña	extraneous solution

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos de vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. ¿Qué significa que varios objetos tienen algo “en común”? ¿Qué es una razón? ¿Qué crees que significa **razón común**?
2. En el problema de división $2\overset{\displaystyle 25}{\overline{)50}}$, el *dividendo* es 50. Si un *radicando* es semejante a un dividendo, ¿cuál es el **radicando** en $\sqrt{16} = 4$?
3. El signo de raíz cuadrada se conoce también como *radical*. Usa este dato para definir **expresión radical** y **ecuación radical.**
4. La palabra raíz de *extraña* es *extra*. *Extraña* significa *irrelevante* o *no relacionada*. Usa esta información para definir **solución extraña.**

Leer y escribir matemáticas

Estrategia de estudio: Recuerda las fórmulas

En matemáticas, existen muchas fórmulas, propiedades y reglas que debes memorizar.

Para memorizar una fórmula, crea tarjetas de ayuda. Escribe el nombre de la fórmula en un lado de la tarjeta. Escribe la fórmula en el otro lado de la tarjeta. También puedes incluir un diagrama o un ejemplo si te es útil. Estudia tus tarjetas de ayuda con regularidad.

Ejemplo de tarjeta de ayuda

Frente

PROBABILIDADES A FAVOR DE UN SUCESO

Dorso

probabilidades a favor = $\dfrac{\text{cantidad de maneras en que un suceso puede ocurrir}}{\text{cantidad de maneras en que un suceso puede no ocurrir}}$

probabilidades a favor = $a : b$

a representa la cantidad de maneras en que un suceso puede ocurrir.

b representa la cantidad de maneras en que un suceso puede no ocurrir.

Saber cuándo y cómo aplicar una fórmula matemática es tan importante como memorizar la fórmula.

Para saber qué fórmula aplicar, lee el problema cuidadosamente y busca las palabras clave.

De la Lección 10-6

> La **probabilidad teórica** de sacar un as de una baraja es $\frac{1}{13}$. ¿Cuáles son las **probabilidades a favor de sacar un as**?

Las palabras clave están resaltadas. Se da la probabilidad teórica y se te pide que halles las probabilidades a favor. Debes usar la fórmula de *probabilidades a favor de un suceso.*

Inténtalo

Lee cada problema. Luego, escribe la o las fórmulas necesarias para resolverlo. ¿Qué palabras clave te ayudaron a identificar la fórmula?

1. Un fabricante inspecciona 450 chips de computadora y observa que 22 tienen fallas. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que un chip elegido al azar tenga una falla?
2. El área de una piscina rectangular es 120 pies cuadrados. La longitud es 1 pie menor que el doble del ancho. ¿Cuál es el perímetro de la piscina?

11-1 Secuencias geométricas

Objetivos
Reconocer y continuar secuencias geométricas

Hallar el enésimo término de una secuencia geométrica

Vocabulario
secuencia geométrica
razón común

¿Quién lo usa?
Quienes practican salto de caída libre pueden usar las secuencias geométricas para calcular hasta qué altura rebotarán.

Rebote	1	2	3
Altura (pies)	200	80	32

En la tabla se muestran las alturas de los rebotes de una persona que hace salto de caída libre.

Las alturas de los rebotes que se muestran en la tabla forman una *secuencia geométrica*. En una **secuencia geométrica**, la razón de los términos consecutivos es el mismo número r, que se llama la **razón común.**

Escribir matemáticas
La variable a suele usarse para representar términos en una secuencia. La variable a_4 (se lee "a sub 4") es el cuarto término de una secuencia.

Se puede pensar en las secuencias geométricas como funciones. El número del término, o la posición en la secuencia, es el valor de entrada, y el término en sí es el valor de salida.

$$\begin{array}{cccccl} 1 & 2 & 3 & 4 & \leftarrow & \text{Posición} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 3 & 6 & 12 & 24 & \leftarrow & \text{Término} \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & & \end{array}$$

Para hallar un término en una secuencia geométrica, multiplica el término anterior por r.

Cómo hallar un término de una secuencia geométrica

El ***enésimo*** término de una secuencia geométrica con **razón común r** es

$$a_n = a_{n-1}r$$

EJEMPLO 1

Continuar secuencias geométricas

Halla los siguientes tres términos en cada secuencia geométrica.

A **1, 3, 9, 27, ...**

Paso 1 Halla el valor de r dividiendo cada término entre el término anterior.

$$1 \qquad 3 \qquad 9 \qquad 27$$

$$\frac{3}{1} = 3 \qquad \frac{9}{3} = 3 \qquad \frac{27}{9} = 3 \qquad \leftarrow \text{El valor de } r \text{ es 3.}$$

Paso 2 Multiplica cada término por 3 para hallar los siguientes tres términos.

$$27 \xrightarrow{\times 3} 81 \xrightarrow{\times 3} 243 \xrightarrow{\times 3} 729 \qquad a_n = a_{n-1}r$$

Los siguientes tres términos son 81, 243 y 729.

Pista útil

Cuando los términos de una secuencia geométrica se alternan entre positivos y negativos, el valor de *r* es negativo.

B $-16, 4, -1, \frac{1}{4}, \ldots$

Paso 1 Halla el valor de *r* dividiendo cada término entre el término anterior.

$$-16 \qquad 4 \qquad -1 \qquad \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{-16} = -\frac{1}{4} \qquad \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4} \qquad \frac{\frac{1}{4}}{-1} = -\frac{1}{4}$$

← El valor de r es $-\frac{1}{4}$.

Paso 2 Multiplica cada término por $-\frac{1}{4}$ para hallar los siguientes tres términos.

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\times\left(-\frac{1}{4}\right)} -\frac{1}{16} \xrightarrow{\times\left(-\frac{1}{4}\right)} \frac{1}{64} \xrightarrow{\times\left(-\frac{1}{4}\right)} -\frac{1}{256}$$

$a_n = a_{n-1}r$

Los siguientes tres términos son $-\frac{1}{16}$, $\frac{1}{64}$ y $-\frac{1}{256}$.

¡COMPRUÉBALO! **Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.**

1a. $5, -10, 20, -40, \ldots$

1b. $512, 384, 288, \ldots$

Para hallar el valor de salida a_n de una secuencia geométrica cuando n es un número grande, necesitas una ecuación o una regla de función.

En palabras	Con números	En Álgebra
1.° término	3	a_1
2.° término	$3 \cdot 2^1 = 6$	$a_1 \cdot r^1$
3.° término	$3 \cdot 2^2 = 12$	$a_1 \cdot r^2$
4.° término	$3 \cdot 2^3 = 24$	$a_1 \cdot r^3$
Enésimo término	$3 \cdot 2^{n-1}$	$a_1 \cdot r^{n-1}$

En el patrón de la tabla se muestra que para obtener el enésimo término debes multiplicar el primer término por la razón común elevada a la potencia $n - 1$.

Si el primer término de una secuencia geométrica es a_1, el enésimo término es a_n, y la razón común es r, entonces

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

Enésimo término 1.° término Razón común

EJEMPLO 2 Hallar el enésimo término de una secuencia geométrica

A **El primer término de una secuencia geométrica es 128 y la razón común es 0.5. ¿Cuál es el 10.° término de la secuencia?**

$a_n = a_1 r^{n-1}$	*Escribe la fórmula.*
$a_{10} = 128(0.5)^{10-1}$	*Sustituye a_1 por 128, n por 10 y r por 0.5.*
$= 128(0.5)^9$	*Simplifica el exponente.*
$= 0.25$	*Usa una calculadora.*

B **En una secuencia geométrica, $a_1 = 8$ y $r = 3$. Halla el 5.° término de esta secuencia.**

$a_n = a_1 r^{n-1}$	*Escribe la fórmula.*
$a_5 = 8(3)^{5-1}$	*Sustituye a_1 por 8, n por 5 y r por 3.*
$= 8(3)^4$	*Simplifica el exponente.*
$= 648$	*Usa una calculadora.*

¡Atención!

Al escribir una regla de función para una secuencia con una razón común negativa, recuerda encerrar r entre paréntesis.

$-2^{12} \neq (-2)^{12}$

C ¿Cuál es el 13.° término de la secuencia geométrica 8, −16, 32, −64, … ?

$$8 \quad -16 \quad 32 \quad -64$$

$\frac{-16}{8} = -2 \qquad \frac{32}{-16} = -2 \qquad \frac{-64}{32} = -2$ *El valor de r es −2.*

$a_n = a_1 r^{n-1}$ *Escribe la fórmula.*

$a_{13} = 8(-2)^{13-1}$ *Sustituye a_1 por 8, n por 13 y r por −2.*

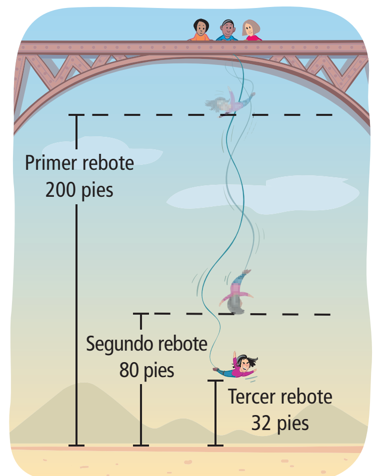
$= 8(-2)^{12}$ *Simplifica el exponente.*

$= 32{,}768$ *Usa una calculadora.*

¡COMPRUÉBALO! **2.** ¿Cuál es el 8.° término de la secuencia 1000, 500, 250, 125, … ?

EJEMPLO 3 *Aplicación a los deportes*

Una persona que practica salto de caída libre salta desde un puente. En el diagrama se muestra la altura sobre el nivel del suelo a la que se halla la persona en el punto más alto de cada rebote. Las alturas forman una secuencia geométrica. ¿A qué altura se halla la persona en el punto más alto del 5.° rebote?



$$200 \quad 80 \quad 32$$

$\frac{80}{200} = 0.4 \qquad \frac{32}{80} = 0.4$

$a_n = a_1 r^{n-1}$ *Escribe la fórmula.*

$a_5 = 200(0.4)^{5-1}$ *Sustituye a_1 por 200, n por 5 y r por 0.4.*

$= 200(0.4)^4$ *Simplifica el exponente.*

$= 5.12$ *Usa una calculadora.*

La altura del 5.° rebote es 5.12 pies.

¡COMPRUÉBALO! **3.** En la tabla se muestra el valor de un automóvil en los 3 años después de la compra. Los valores forman una secuencia geométrica. ¿Cuál será el valor del automóvil el 10.° año?

Año	Valor ($)
1	10,000
2	8,000
3	6,400

RAZONAR Y COMENTAR

Nota ¡Aprende!

1. ¿Cómo determinas si una secuencia es geométrica?

2. ORGANÍZATE Copia y completa el organizador gráfico. En cada recuadro, escribe una forma de representar la secuencia geométrica.

Formas de representar la secuencia geométrica 1, 2, 4, 8, …

Tabla | Fórmula | En palabras

11-1 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-1
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. Vocabulario ¿Qué es la *razón común* de una secuencia geométrica?

VER EJEMPLO 1
pág. 790

Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.

2. 2, 4, 8, 16, … **3.** 400, 200, 100, 50, … **4.** 4, −12, 36, −108, …

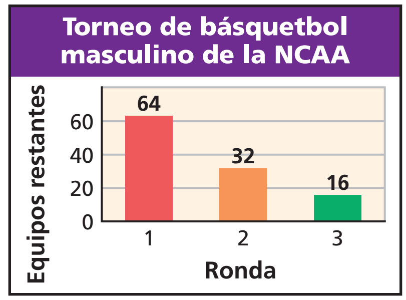
VER EJEMPLO 2
pág. 791

5. El primer término de una secuencia geométrica es 1 y la razón común es 10. ¿Cuál es 10.° término de la secuencia?

6. ¿Cuál es el 11.° término de la secuencia geométrica 3, 6, 12, 24, … ?

VER EJEMPLO 3
pág. 792

7. Deportes En el torneo de básquetbol masculino de la NCAA compiten 64 equipos en la ronda 1. En cada ronda sucesiva quedan menos equipos, como se muestra en la gráfica, hasta que todos los equipos, excepto uno, son eliminados. La cantidad de equipos en cada ronda forman una secuencia geométrica. ¿Cuántos equipos compiten en la ronda 5?



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
8–13	1
14–15	2
16	3

Práctica adicional
Práctica de destrezas, pág. E24
Práctica de aplicación, pág. E38

Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.

8. −2, 10, −50, 250, … **9.** 32, 48, 72, 108, … **10.** 625, 500, 400, 320, …

11. 6, 42, 294, … **12.** 6, −12, 24, −48, … **13.** 40, 10, $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{8}$, …

14. El primer término de una secuencia geométrica es 18 y la razón común es 3.5. ¿Cuál es el 5.° término de la secuencia?

15. ¿Cuál es el 14.° término de la secuencia geométrica 1000, 100, 10, 1, … ?

16. Ciencias Físicas Se deja caer una pelota desde una altura de 500 metros. En la tabla se muestra la altura de cada rebote. Las alturas forman una secuencia geométrica. ¿A qué altura rebota la pelota en el 8.° rebote? Redondea tu respuesta al décimo de metro más cercano.

Rebote	Altura (m)
1	400
2	320
3	256

Halla el o los términos que faltan en cada secuencia geométrica.

17. 20, 40, ___, ___, … **18.** ___, 6, 18, ___, … **19.** 9, 3, 1, ___, …

20. 3, 12, ___, 192, ___, … **21.** 7, 1, ___, ___, $\frac{1}{343}$, … **22.** ___, 100, 25, ___, $\frac{25}{16}$, …

23. −3, ___, −12, 24, ___, … **24.** ___, ___, 1, −3, 9, … **25.** 1, 17, 289, ___, …

Determina si cada secuencia podría ser geométrica. Si es así, da la razón común.

26. 2, 10, 50, 250, … **27.** 15, 5, $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{9}$, … **28.** 6, 18, 24, 38, …

29. 9, 3, −1, −5, … **30.** 7, 21, 63, 189, … **31.** 4, 1, −2, −4, …

32. **Varios pasos** Billy gana dinero cortando el césped durante el verano. Ofrece dos planes de pago, como se muestra a la derecha.

   a. ¿Los pagos del plan 2 forman una secuencia geométrica? Explica.

   b. ¿Qué plan elegirías si fueras uno de los clientes de Billy? (Supongamos que el verano dura 10 semanas). Explica tu elección.

33. **Medición** Cuando doblas un trozo de papel por la mitad, el espesor del trozo doblado es el doble del espesor del trozo original. Un trozo de papel para copias mide aproximadamente 0.1 mm de espesor.

   a. ¿Cuánto mide el espesor de un trozo de papel para copias que se ha doblado por la mitad 7 veces?

   b. Supongamos que pudieras doblar por la mitad 12 veces un trozo de papel para copias. ¿Qué espesor tendría? Escribe tu respuesta en centímetros.

Anota los primeros cuatro términos de cada secuencia geométrica.

34. $a_1 = 3, a_n = 3(2)^{n-1}$
35. $a_1 = -2, a_n = -2(4)^{n-1}$
36. $a_1 = 5, a_n = 5(-2)^{n-1}$
37. $a_1 = 2, a_n = 2(2)^{n-1}$
38. $a_1 = 2, a_n = 2(5)^{n-1}$
39. $a_1 = 12, a_n = 12\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

40. **Razonamiento crítico** ¿Qué ocurre con los términos de una secuencia geométrica cuando r se duplica? Usa un ejemplo para apoyar tu respuesta.

41. **Geometría** Los siguientes pasos describen cómo formar una figura geométrica repitiendo el mismo proceso una y otra vez a una escala cada vez menor.

   Paso 1 (etapa 0) Dibuja un cuadrado grande.

   Paso 2 (etapa 1) Divide el cuadrado en cuatro cuadrados iguales.

   Paso 3 (etapa 2) Divide cada cuadrado pequeño en cuatro cuadrados iguales.

   Paso 4 Repite el Paso 3 indefinidamente.

   a. Dibuja las etapas 0, 1, 2 y 3.

   b. ¿Cuántos cuadrados pequeños hay en cada etapa? Organiza tus datos relacionando las etapas y la cantidad de cuadrados pequeños en una tabla.

   c. ¿Los datos de la parte **b** forman una secuencia geométrica? Explica.

   d. Escribe una regla para hallar la cantidad de cuadrados pequeños en la etapa n.

42. **Escríbelo** Escribe una serie de pasos para hallar el enésimo término de una secuencia geométrica cuando te dan varios de los primeros términos.

Preparación de varios pasos para la prueba

43. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 820.

   a. Hace tres años, la matrícula anual en una universidad era $3000. Al año siguiente, la matrícula era $3300 y el año pasado era $3630. Si la matrícula siguió aumentando de la misma manera, ¿cuál es la matrícula este año? ¿Cuál crees que será la matrícula el año próximo?

   b. ¿Cuál es la razón común?

   c. ¿Cuál es tu predicción acerca de la matrícula hace 4 años? ¿Cómo hallaste ese valor?

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

44. ¿Cuál de las siguientes opciones es una secuencia geométrica?

(A) $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \ldots$

(B) $-2, -6, -10, -14, \ldots$

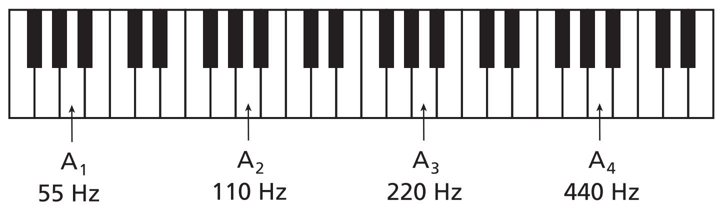
(C) $3, 8, 13, 18, \ldots$

(D) $5, 10, 20, 40, \ldots$

45. ¿Qué ecuación representa al enésimo término de la secuencia geométrica $2, -8, 32, -128, \ldots$?

(F) $a_n = (-4)^n$ (G) $a_n = (-4)^{n-1}$ (H) $a_n = 2(-4)^n$ (J) $a_n = 2(-4)^{n-1}$

46. La frecuencia de una nota musical, medida en hertzios (Hz), se llama tono. Los tonos de las teclas A de un piano forman una secuencia geométrica, como se muestra.



¿Cuál es la frecuencia de A_7?

(A) 880 Hz (B) 1760 Hz (C) 3520 Hz (D) 7040 Hz

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.

47. $x, x^2, x^3, \ldots$

48. $2x^2, 6x^3, 18x^4, \ldots$

49. $\frac{1}{y^3}, \frac{1}{y^2}, \frac{1}{y}, \ldots$

50. $\frac{1}{(x+1)^2}, \frac{1}{x+1}, 1, \ldots$

51. El 10.º término de una secuencia geométrica es 0.78125. La razón común es -0.5. Halla el primer término de la secuencia.

52. El primer término de una secuencia geométrica es 12 y la razón común es $\frac{1}{2}$. ¿Es 0 un término de esta secuencia? Explica.

53. Una secuencia geométrica comienza con 14 y tiene una razón común de 0.4. Colin halla que otro número de la secuencia es 0.057344. ¿Qué término de la secuencia halló Colin?

54. Los primeros tres términos de una secuencia son 1, 2 y 4. Susana dijo que el 8.º término de esta secuencia es 128. Paul dijo que el 8.º término es 29. Explica cómo los estudiantes hallaron sus respuestas. ¿Por qué ambas respuestas podrían considerarse correctas?

REPASO EN ESPIRAL

Resuelve cada desigualdad y representa gráficamente las soluciones. *(Lección 3-2)*

55. $b - 4 > 6$

56. $-12 + x \leq -8$

57. $c + \frac{2}{3} < \frac{1}{3}$

Representa gráficamente las soluciones de cada desigualdad lineal. *(Lección 6-5)*

58. $y < 2x - 4$

59. $3x + y > 6$

60. $-y \leq 2x + 1$

Describe cada una de las siguientes gráficas con una función. *(Lección 9-4)*

61. la gráfica de $f(x) = x^2 - 3$ trasladada 7 unidades hacia arriba

62. la gráfica de $f(x) = 2x^2 + 6$ reducida y trasladada 2 unidades hacia abajo

11-2 Funciones exponenciales

Objetivos
Evaluar funciones exponenciales

Identificar y representar gráficamente funciones exponenciales

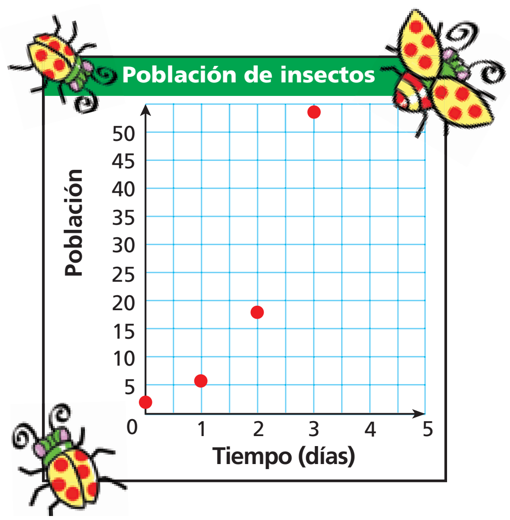
Vocabulario
función exponencial

¿Quién lo usa?

Los científicos hacen modelos de poblaciones con funciones exponenciales.

En la tabla y en la gráfica se muestra una población de insectos que aumenta con el tiempo.

Tiempo (días)	Población	
0	2	
1	6	$\times 3$
2	18	$\times 3$
3	54	$\times 3$



Una regla de función que describe el patrón anterior es $f(x) = 2(3)^x$. Este tipo de función, en la que la variable independiente aparece en un exponente, es una **función exponencial.** Observa que 2 es la población inicial y 3 es la cantidad por la que la población se multiplica cada día.

Nota ¡Aprende!

Funciones exponenciales

Una función exponencial es del tipo $f(x) = ab^x$, donde $a \neq 0$, $b \neq 1$ y $b > 0$.

EJEMPLO 1 Evaluar una función exponencial

A **La función $f(x) = 2(3)^x$ representa una población de insectos después de x días. ¿Cuál será la población en el 5.° día?**

$f(x) = 2(3)^x$	*Escribe la función.*
$f(5) = 2(3)^5$	*Sustituye x por 5.*
$= 2(243)$	*Evalúa 3^5.*
$= 486$	*Multiplica.*

Habrá 486 insectos el 5.° día.

B **La función $f(x) = 1500(0.995)^x$, donde x es el tiempo en años, representa una población de perros de las praderas. ¿Cuántos perros habrá en 8 años?**

$f(x) = 1500(0.995)^x$	
$f(8) = 1500(0.995)^8$	*Sustituye x por 8.*
≈ 1441	*Usa una calculadora. Redondea al número natural más cercano.*

Habrá aproximadamente 1441 perros de las praderas en 8 años.

Pista útil

En el Ejemplo 1B, redondea tu respuesta al número natural más cercano porque sólo puede haber un número natural de perros de las praderas.

¡COMPRUÉBALO! **1.** La función $f(x) = 8(0.75)^x$ representa el ancho de una fotografía en pulgadas después de haberla reducido 25% x veces. ¿Cuál es el ancho de la fotografía después de haberla reducido 3 veces?

Recuerda que las funciones lineales tienen primeras diferencias constantes y que las funciones cuadráticas tienen segundas diferencias constantes. Las funciones exponenciales no tienen diferencias constantes, pero sí tienen *razones constantes*.

	x	$f(x) = 2(3)^x$	
	1	6	
$+1$	2	18	$\times 3$
$+1$	3	54	$\times 3$
$+1$	4	162	$\times 3$

Mientras los valores de x aumentan en una cantidad constante, los valores de y se multiplican por una cantidad constante. Esta cantidad es la razón constante y es el valor de b en $f(x) = ab^x$.

EJEMPLO 2 Identificar una función exponencial

Indica si cada conjunto de pares ordenados satisface una función exponencial. Explica tu respuesta.

A $\{(-1, 1.5), (0, 3), (1, 6), (2, 12)\}$

	x	y	
	-1	1.5	
$+1$	0	3	$\times 2$
$+1$	1	6	$\times 2$
$+1$	2	12	$\times 2$

Ésta es una función exponencial. Mientras los valores de x aumentan en una cantidad constante, los valores de y se multiplican por una cantidad constante.

B $\{(-1, -9), (1, 9), (3, 27), (5, 45)\}$

	x	y	
	-1	-9	
$+2$	1	9	$\times (-1)$
$+2$	3	27	$\times 3$
$+2$	5	45	$\times \frac{5}{3}$

Ésta *no* es una función exponencial. Mientras los valores de x aumentan en una cantidad constante, los valores de y *no* se multiplican por una cantidad constante.

¡COMPRUÉBALO! **Indica si cada conjunto de pares ordenados satisface una función exponencial. Explica tu respuesta.**

2a. $\{(-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$ **2b.** $\{(-2, 4), (-1, 2), (0, 1), (1, 0.5)\}$

Para representar gráficamente una función exponencial, elige varios valores de x (positivos, negativos y 0) y genera pares ordenados. Marca los puntos y conéctalos con una curva suave.

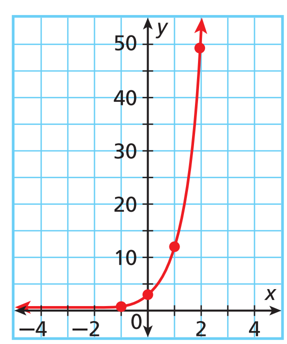
EJEMPLO 3 Representar gráficamente $y = ab^x$ con $a > 0$ y $b > 1$

Representa gráficamente $y = 3(4)^x$.

Elige varios valores de x y genera pares ordenados.

x	$y = 3(4)^x$
-1	0.75
0	3
1	12
2	48

Representa gráficamente los pares ordenados y conéctalos con una curva suave.



¡COMPRUÉBALO!

3a. Representa gráficamente $y = 2^x$.

3b. Representa gráficamente $y = 0.2(5)^x$.

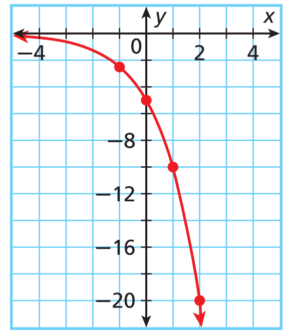
EJEMPLO 4 Representar gráficamente $y = ab^x$ con $a < 0$ y $b > 1$

Representa gráficamente $y = -5(2)^x$.

Elige varios valores de x y genera pares ordenados.

x	$y = -5(2)^x$
−1	−2.5
0	−5
1	−10
2	−20

Representa gráficamente los pares ordenados y conéctalos con una curva suave.



¡COMPRUÉBALO!

4a. Representa gráficamente $y = -6^x$.

4b. Representa gráficamente $y = -3(3)^x$.

EJEMPLO 5 Representar gráficamente $y = ab^x$ con $0 < b < 1$

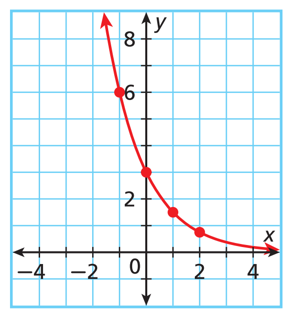
Representa gráficamente cada función exponencial.

A $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$

Elige varios valores de x y genera pares ordenados.

x	$y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$
−1	6
0	3
1	1.5
2	0.75

Representa gráficamente los pares ordenados y conéctalos con una curva suave.

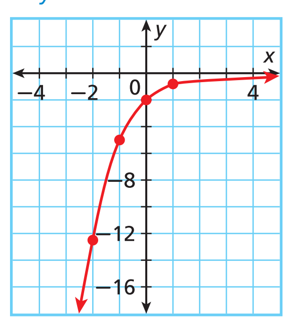


B $y = -2(0.4)^x$

Elige varios valores de x y genera pares ordenados.

x	$y = -2(0.4)^x$
−2	−12.5
−1	−5
0	−2
1	−0.8

Representa gráficamente los pares ordenados y conéctalos con una curva suave.



¡COMPRUÉBALO!

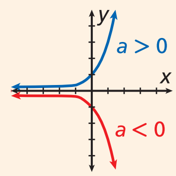
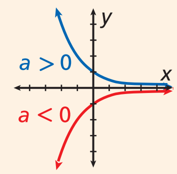
Representa gráficamente cada función exponencial.

5a. $y = 4\left(\frac{1}{4}\right)^x$

5b. $y = -2(0.1)^x$

En el recuadro se resumen las formas generales de las gráficas de las funciones exponenciales.

Nota ¡Aprende!

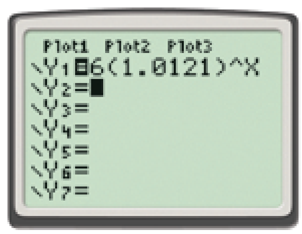
Gráficas de funciones exponenciales	
 Para $y = ab^x$, si $b > 1$, entonces la gráfica tendrá una de estas formas.	 Para $y = ab^x$, si $0 < b < 1$, entonces la gráfica tendrá una de estas formas.

EJEMPLO 6 *Aplicación a la Estadística*

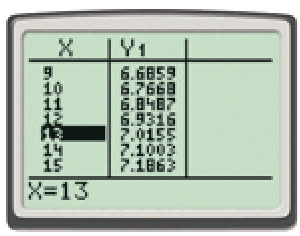
En el año 2000, la población mundial era aproximadamente 6,000 millones de personas y aumentaba 1.21% cada año. A esta tasa de crecimiento, la función $f(x) = 6(1.0121)^x$ da la población, en miles de millones, x años después de 2000. Usando este modelo, ¿aproximadamente en qué año la población mundial llegará a 7,000 millones?

¡Atención!

Los valores de la función dan la población en *miles de millones*; por lo tanto, un valor de y de 7 significa 7,000 millones.



Escribe la función en el editor **Y=** *de una calculadora gráfica.*



Oprime **2nd** **GRAPH** (TABLE)*. Usa las teclas de flechas para hallar un valor de y lo más cercano posible a 7. El valor de x correspondiente es 13.*

La población mundial llegará a 7,000 millones aproximadamente en 2013.

¡COMPRUÉBALO! **6.** Un contador usa $f(x) = 12{,}330(0.869)^x$, donde x es el tiempo en años desde la compra, para representar el valor de un automóvil. ¿Cuándo costará \$2000 el automóvil?

RAZONAR Y COMENTAR

Nota ¡Aprende!

1. ¿Cómo puedes hallar la razón constante de un conjunto de datos exponenciales?

2. **ORGANÍZATE** Copia y completa el organizador gráfico. En cada recuadro, da un ejemplo de una función exponencial adecuada y traza la gráfica.

Funciones exponenciales: $y = ab^x$

$a > 0, b > 1$	$a < 0, b > 1$	$a > 0, 0 < b < 1$	$a < 0, 0 < b < 1$

11-2 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-2
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. **Vocabulario** Indica si $y = 3x^4$ es una *función exponencial*. Explica tu respuesta.

VER EJEMPLO 1 pág. 796

2. **Física** La función $f(x) = 50{,}000(0.975)^x$, donde x representa la profundidad en metros debajo del agua, representa la intensidad de la luz debajo de la superficie del agua en lúmenes por metro cuadrado. ¿Cuál es la intensidad de la luz 200 metros debajo de la superficie? Redondea tu respuesta al número natural más cercano.

VER EJEMPLO 2 pág. 797

Indica si cada conjunto de pares ordenados satisface una función exponencial. Explica tu respuesta.

3. $\{(-1, -1), (0, 0), (1, -1), (2, -4)\}$
4. $\{(0, 1), (1, 4), (2, 16), (3, 64)\}$

Representa gráficamente cada función exponencial.

VER EJEMPLO 3 pág. 797

5. $y = 3^x$
6. $y = 5^x$
7. $y = 10(3)^x$
8. $y = 5(2)^x$

VER EJEMPLO 4 pág. 798

9. $y = -2(3)^x$
10. $y = -4(2)^x$
11. $y = -3(2)^x$
12. $y = 2(3)^x$

VER EJEMPLO 5 pág. 798

13. $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$
14. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
15. $y = 2\left(\frac{1}{4}\right)^x$
16. $y = -2(0.25)^x$

VER EJEMPLO 6 pág. 799

17. La función $f(x) = 57.8(1.02)^x$ da la cantidad de vehículos para pasajeros, en millones, x años después de 1960 en Estados Unidos. Usando este modelo, ¿aproximadamente en qué año la cantidad de vehículos para pasajeros llega a 200 millones?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
18–20	1
21–24	2
25–27	3
28–30	4
31–33	5
34	6

Práctica adicional

Práctica de destrezas, pág. E24
Práctica de aplicación, pág. E38

18. **Deportes** Si se deja caer una pelota de golf desde una altura de 27 pies, la función $f(x) = 27\left(\frac{2}{3}\right)^x$ da la altura en pies de cada rebote, donde x es el número de rebote. ¿Cuál será la altura del 4.° rebote?

19. Supongamos que la profundidad de un lago se puede describir mediante la función $y = 334(0.976)^x$, donde x representa la cantidad de semanas a partir de hoy. Hoy, la profundidad del lago es 334 pies. ¿Cuál será la profundidad en 6 semanas? Redondea tu respuesta al número natural más cercano.

20. **Física** Una pelota que rueda por una pendiente baja a una velocidad cada vez más rápida. Supongamos que la función $y = 1.3(1.41)^x$ describe la velocidad de la pelota en pulgadas por minuto. ¿A qué velocidad rodará la pelota en 15 minutos? Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

Indica si cada conjunto de pares ordenados satisface una función exponencial. Explica tu respuesta.

21. $\left\{(-2, 9), (-1, 3), (0, 1), \left(1, \frac{1}{3}\right)\right\}$
22. $\{(-1, 0), (0, 1), (1, 4), (2, 9)\}$
23. $\{(-1, -5), (0, -3), (1, -1), (2, 1)\}$
24. $\{(-3, 6.25), (-2, 12.5), (-1, 25), (0, 50)\}$

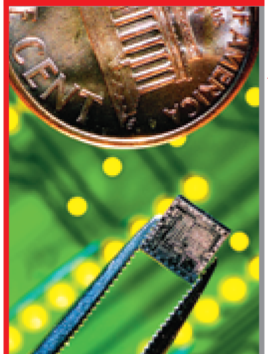
Representa gráficamente cada función exponencial.

25. $y = 1.5^x$ **26.** $y = \frac{1}{3}(3)^x$ **27.** $y = 100(0.7)^x$

28. $y = -2(4)^x$ **29.** $y = -1(5)^x$ **30.** $y = -\frac{1}{2}(4)^x$

31. $y = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x$ **32.** $y = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ **33.** $y = 0.5(0.25)^x$

CONEXIÓN Tecnología



Los primeros chips de silicio eran aproximadamente del tamaño de tu dedo meñique y contenían un transistor. Hoy, los chips del tamaño de la uña de un bebé contienen más de 100 millones de transistores.

34. Tecnología La ley de Moore establece que la cantidad máxima de transistores que caben en un chip de silicio se duplica cada dos años. La función $f(x) = 42(1.41)^x$ representa la cantidad de transistores, en millones, que caben en un chip, donde x es la cantidad de años desde 2000. Según este modelo, ¿en qué año un chip podrá contener 1,000 millones de transistores?

35. Varios pasos Una computadora crea al azar tres funciones diferentes. Las funciones son $y = (3.1x + 7)^2$, $y = 4.8(2)^x$ e $y = \frac{1}{5}(6)^x$. La computadora luego genera el valor de y 38.4. Dadas las tres funciones, determina cuál es exponencial y produce el número generado.

36. Concursos Como promoción, una tienda de ropa extrae el nombre de uno de sus clientes en un sorteo cada semana. El premio es un cupón para la tienda. Si el ganador no está presente en el sorteo, no puede reclamar el premio y el valor del cupón aumenta para el sorteo de la semana siguiente. La función $f(x) = 20(1.2)^x$ da el valor del cupón en dólares después de x semanas sin que se reclame el premio.

a. ¿Cuál es el valor del cupón después de 2 semanas sin que se reclame el premio?

b. ¿Después de cuántas semanas sin que se reclame el premio el valor del cupón será mayor que $100?

c. ¿Cuál es el valor original del cupón?

d. Halla el porcentaje de incremento cada semana.

37. Razonamiento crítico En la definición de función exponencial, el valor de b no puede ser 1 y el valor de a no puede ser 0. ¿Por qué?

Calculadora gráfica **Representa gráficamente cada grupo de funciones en la misma pantalla. ¿En qué se parecen las gráficas? ¿En qué se diferencian?**

38. $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 4^x$ **39.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

Evalúa cada una de las siguientes funciones para el valor dado de x.

40. $f(x) = 4^x$; $x = 3$ **41.** $f(x) = -(0.25)^x$; $x = 1.5$ **42.** $f(x) = 0.4(10)^x$; $x = -3$

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

43. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 820.

a. La matrícula anual en un centro comunitario de educación universitaria desde 2001 se representa mediante la ecuación $C = 2000(1.08)^n$, donde C es el costo de la matrícula y n es la cantidad de años desde 2001. ¿Cuál era el costo de la matrícula en 2001?

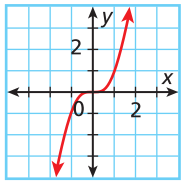
b. ¿Cuál es el porcentaje anual de incremento de la matrícula?

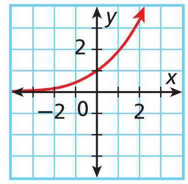
c. Halla el costo de la matrícula en 2006.

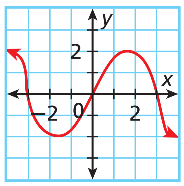
44. Escríbelo Tu empleador ofrece dos planes de salario. Con el plan A, tu salario es $f(x) = 10{,}000(2x)$, donde x es la cantidad de años que has trabajado para la empresa. Con el plan B, tu salario es $g(x) = 10{,}000(2)^x$. ¿Qué plan elegirías? ¿Por qué?

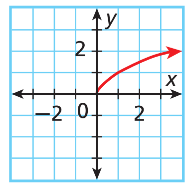
PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

45. ¿En qué gráfica se muestra una función exponencial?

Ⓐ


Ⓒ


Ⓑ


Ⓓ


46. La función $f(x) = 15(1.4)^x$ representa el área en pulgadas cuadradas de una fotografía después de haberla ampliado x veces por un factor de 140%. ¿Cuál es el área de la fotografía después de haberla ampliado 4 veces?

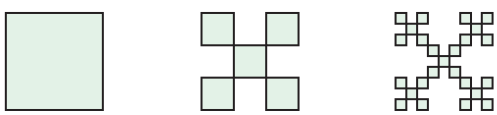
Ⓕ 5.6 pulgadas cuadradas

Ⓖ 57.624 pulgadas cuadradas

Ⓗ 41.16 pulgadas cuadradas

Ⓙ 560 pulgadas cuadradas

47. Observa el patrón. ¿Cuántos cuadrados habrá en la enésima etapa?



Etapa 0 Etapa 1 Etapa 2

Ⓐ $5n$ Ⓑ $2.5 \cdot 2^n$ Ⓒ 25^{n-1} Ⓓ 5^n

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Resuelve cada ecuación.

48. $4^x = 64$

49. $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{27}$

50. $2^x = \frac{1}{16}$

51. Representa gráficamente las siguientes funciones: $y = 2(2)^x$, $y = 3(2)^x$, $y = -2(2)^x$. Luego, haz una conjetura sobre la relación entre el valor de a y la intersección con el eje y de $y = ab^x$.

REPASO EN ESPIRAL

52. El promedio de las calificaciones de las tres pruebas de Roger debe ser al menos 90 para tener una A en la clase de Ciencias. Roger obtuvo 88 y 89 en sus dos primeras pruebas. Escribe y resuelve una desigualdad para hallar la calificación que debe obtener en la tercera prueba para tener una A. *(Lección 3-4)*

Halla el término que falta en cada trinomio cuadrado perfecto. *(Lección 8-5)*

53. $x^2 + 10x + \square$

54. $4x^2 + \square + 64$

55. $\square + 42x + 49$

56. ¿Cuál es el 12.° término de la secuencia 4, 12, 36, 108, …? *(Lección 11-1)*

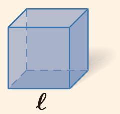
Conexión entre el Álgebra y la **Geometría**

Cambiar dimensiones

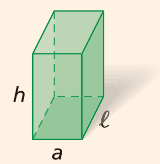
¿Qué ocurre con el volumen de una figura tridimensional cuando duplicas las dimensiones de forma reiterada?

Recuerda estas fórmulas del volumen de figuras tridimensionales comunes.

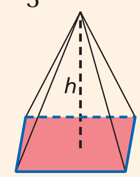
Cubo $V = \ell^3$



Prisma rectangular $V = \ell a h$



Pirámide $V = \frac{1}{3}(\text{área de base}) \cdot h$

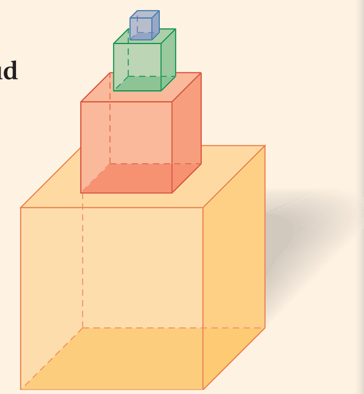


Base

Cuando se cambian las dimensiones de las figuras tridimensionales, el resultado son secuencias geométricas.

Ejemplo

Halla el volumen de un cubo con una longitud de lado de 3 cm. Duplica la longitud de lado y halla el nuevo volumen. Repítelo dos veces. Muestra los patrones para las longitudes de lado y los volúmenes como secuencias geométricas. Identifica las razones comunes.



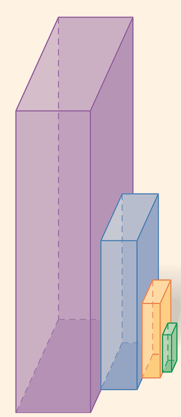
Cubo	Longitud de lado (cm)		Volumen (cm³)	
1	3	× 2	27	× 8
2	6	× 2	216	× 8
3	12	× 2	1,728	× 8
4	24		13,824	

Las longitudes de lado y los volúmenes forman secuencias geométricas. La secuencia de las longitudes de lado tiene una razón común de 2. La secuencia de los volúmenes tiene una razón común de 2^3, u 8.

Los patrones del ejemplo anterior son un caso específico de una regla general.

> Cuando las dimensiones de un cuerpo geométrico se multiplican por x, el volumen del cuerpo geométrico se multiplica por x^3.

Inténtalo



1. El prisma rectangular grande de la derecha mide 8 pulg de ancho, 16 pulg de largo y 32 pulg de altura. Las dimensiones se multiplican por $\frac{1}{2}$ para crear cada uno de los siguientes prismas más pequeños. Muestra los patrones para las dimensiones y los volúmenes como secuencias geométricas. Identifica las razones comunes.
2. La altura de una pirámide mide 8 cm y cada arista de la base cuadrada mide 3 cm. Triplica las dimensiones dos veces. Muestra los patrones para las dimensiones y los volúmenes como secuencias geométricas. Identifica las razones comunes.

11-3 Laboratorio de ÁLGEBRA

Para usar con la Lección 11-3

Modelo de crecimiento y de decremento

Puedes doblar y cortar papel para hacer modelos de cantidades que aumentan o disminuyen exponencialmente.

Actividad 1

1. Copia la tabla de la derecha.
2. Dobla un trozo de hoja de cuaderno por la mitad. Luego, ábrelo. Cuenta la cantidad de regiones que creó el doblez. Anota tu respuesta en la tabla.
3. Ahora dobla la hoja por la mitad dos veces. Anota en la tabla la cantidad de regiones que crearon los dobleces.
4. Repite este proceso con 3, 4 y 5 dobleces.

Dobleces	Regiones
0	1
1	▒
2	▒
3	▒
4	▒
5	▒

Inténtalo

1. Cuando la cantidad de dobleces aumenta en 1, la cantidad de regiones ___?___ .

2. Para cada fila de la tabla, escribe la cantidad de regiones como potencia de 2.

3. Escribe una expresión exponencial para la cantidad de regiones que forman n dobleces.

4. Si pudieras doblar la hoja de papel 8 veces, ¿cuántas regiones se formarían?

5. ¿Cuántas veces deberías doblar la hoja para hacer 512 regiones?

Actividad 2

1. Copia la tabla de la derecha.
2. Comienza con un trozo cuadrado de papel. El área del papel es 1 unidad cuadrada. Corta el papel por la mitad. El área de cada trozo mide $\frac{1}{2}$ unidad cuadrada. Anota el resultado en la tabla.
3. Corta uno de esos trozos por la mitad nuevamente y anota en la tabla el área de uno de los nuevos trozos más pequeños.
4. Repite este proceso con 3, 4 y 5 cortes.

Cortes	Área
0	1
1	▒
2	▒
3	▒
4	▒
5	▒

Inténtalo

6. Cuando la cantidad de cortes aumenta en 1, el área ___?___ .

7. Para cada fila de la tabla, escribe el área como una potencia de 2.

8. Escribe una expresión exponencial para el área después de n cortes.

9. ¿Cuál sería el área después de 7 cortes?

10. ¿Cuántos cortes deberías hacer para obtener un área de $\frac{1}{256}$ de unidad cuadrada?

11-3 Crecimiento exponencial y decremento exponencial

Objetivo
Resolver problemas que incluyen crecimiento exponencial y decremento exponencial

Vocabulario
crecimiento exponencial
interés compuesto
decremento exponencial
vida media

¿Para qué sirve?

El crecimiento y el decremento exponencial describen muchas situaciones del mundo real, como el valor de las obras de arte. (Ver Ejemplo 1)

El **crecimiento exponencial** ocurre cuando una cantidad aumenta según la misma tasa *r* en cada periodo de tiempo *t*. Cuando esto ocurre, el valor de la cantidad en cualquier momento puede calcularse en función de la tasa y de la cantidad original.

Nota ¡Aprende!

Crecimiento exponencial

Una función de crecimiento exponencial es del tipo $y = c(1 + r)^t$, donde $c > 0$.

- y representa la cantidad final.
- c representa la cantidad original.
- r representa la tasa de crecimiento expresada como decimal.
- t representa el tiempo.

EJEMPLO 1 Crecimiento exponencial

El valor original de una pintura es \$1400. El valor aumenta 9% cada año. Representa esta situación con una función de crecimiento exponencial. Luego, halla el valor de la pintura en 25 años.

Paso 1 Escribe la función de crecimiento exponencial para esta situación.

$y = c(1 + r)^t$	*Escribe la fórmula.*
$= 1400(1 + 0.09)^t$	*Sustituye c por 1400 y r por 0.09.*
$= 1400(1.09)^t$	*Simplifica.*

Paso 2 Halla el valor en 25 años.

$y = 1400(1.09)^t$	
$= 1400(1.09)^{25}$	*Sustituye t por 25.*
$\approx 12{,}072.31$	*Usa una calculadora y redondea al centésimo más cercano.*

El valor de la pintura en 25 años es \$12,072.31.

Pista útil

En el Ejemplo 1, redondea al centésimo más cercano porque el problema es sobre dinero. Esto significa que redondeas al centavo más cercano.

¡COMPRUÉBALO!

1. El valor de una escultura aumenta a una tasa de 8% por año. Su valor en 2000 era \$1200. Representa esta situación con una función de crecimiento exponencial. Luego, halla el valor de la escultura en 2006.

Una aplicación común del crecimiento exponencial es el *interés compuesto*. Recuerda que el interés simple se gana o se paga sólo sobre el capital. El **interés compuesto** es el interés que se gana o se paga sobre el capital *y* sobre el interés que se ganó antes.

Nota ¡Aprende!

Interés compuesto

$$A = C\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

A representa el saldo después de *t* años.

C representa el capital o la cantidad original.

r representa la tasa de interés anual expresada como decimal.

n representa la cantidad de veces que el interés se ajusta por año.

t representa el tiempo en años.

EJEMPLO 2 *Aplicación a las finanzas*

Representa cada situación con una función de interés compuesto. Luego, halla el saldo después de la cantidad dada de años.

A **\$1000 invertidos a una tasa de 3% que se ajusta trimestralmente; 5 años**

Paso 1 Escribe la función de interés compuesto para esta situación.

$A = C\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ *Escribe la fórmula.*

$= 1000\left(1 + \frac{0.03}{4}\right)^{4t}$ *Sustituye C por 1000, r por 0.03 y n por 4.*

$= 1000(1.0075)^{4t}$ *Simplifica.*

Paso 2 Halla el saldo después de 5 años.

$A = 1000(1.0075)^{4(5)}$ *Sustituye t por 5.*

$= 1000(1.0075)^{20}$

≈ 1161.18 *Usa una calculadora y redondea al centésimo más cercano.*

El saldo después de 5 años es \$1161.18.

B **\$18,000 invertidos a una tasa de 4.5% que se ajusta anualmente; 6 años**

Paso 1 Escribe la función de interés compuesto para esta situación.

$A = C\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ *Escribe la fórmula.*

$= 18{,}000\left(1 + \frac{0.045}{1}\right)^{t}$ *Sustituye C por 18,000, r por 0.045 y n por 1.*

$= 18{,}000(1.045)^{t}$ *Simplifica.*

Paso 2 Halla el saldo después de 6 años.

$A = 18{,}000(1.045)^{6}$ *Sustituye t por 6.*

$\approx 23{,}440.68$ *Usa una calculadora y redondea al centésimo más cercano.*

El saldo después de 6 años es \$23,440.68.

Leer matemáticas

Para el interés compuesto,

- *anualmente* significa "una vez por año" $(n = 1)$.
- *trimestralmente* significa "4 veces por año" $(n = 4)$.
- *mensualmente* significa "12 veces por año" $(n = 12)$.

¡COMPRUÉBALO! **Representa cada situación con una función de interés compuesto. Luego, halla el saldo después de la cantidad dada de años.**

2a. \$1200 invertidos a una tasa de 3.5% que se ajusta trimestralmente; 4 años

2b. \$4000 invertidos a una tasa de 3% que se ajusta mensualmente; 8 años

El **decremento exponencial** ocurre cuando una cantidad disminuye según la misma tasa r en cada periodo de tiempo t. Al igual que en el crecimiento exponencial, el valor de la cantidad en cualquier momento se puede calcular usando la tasa y la cantidad original.

Nota ¡Aprende!

Decremento exponencial

Una función de decremento exponencial es del tipo $y = c(1 - r)^t$, donde $c > 0$.

- y representa la cantidad final.
- c representa la cantidad original.
- r representa la tasa de decremento como decimal.
- t representa el tiempo.

Observa una diferencia importante entre las funciones de crecimiento exponencial y las funciones de decremento exponencial. Para el crecimiento exponencial, el valor dentro de los paréntesis será mayor que 1 porque r se suma a 1. Para el decremento exponencial, el valor dentro de los paréntesis será menor que 1 porque r se resta de 1.

EJEMPLO 3 Decremento exponencial

La población de un pueblo disminuye a una tasa de 1% por año. En 2000, había 1300 personas. Representa esta situación con una función de decremento exponencial. Luego, halla la población en 2008.

Paso 1 Escribe la función de decremento exponencial para esta situación.

$y = c(1 - r)^t$ — *Escribe la fórmula.*

$= 1300(1 - 0.01)^t$ — *Sustituye c por 1300 y r por 0.01.*

$= 1300(0.99)^t$ — *Simplifica.*

Paso 2 Halla la población en 2008.

$y = 1300(0.99)^8$ — *Sustituye t por 8.*

≈ 1200 — *Usa una calculadora y redondea al número natural más cercano.*

La población en 2008 era aproximadamente 1200 personas.

Pista útil

En el Ejemplo 3, redondea tu respuesta al número natural más cercano porque sólo puede haber un número natural de personas.

¡COMPRUÉBALO!

3. La población de peces de un arroyo local disminuye a una tasa de 3% por año. La población original era 48,000 peces. Representa esta situación con una función de decremento exponencial. Luego, halla la población de peces después de 7 años.

Una aplicación común del decremento exponencial es la *vida media*. La **vida media** de una sustancia es el tiempo que tarda la mitad de la sustancia en descomponerse en otra sustancia.

Nota ¡Aprende!

Vida media

$A = C(0.5)^t$

- A representa la cantidad final.
- C representa la cantidad original.
- t representa la cantidad de vidas medias en un periodo de tiempo dado.

EJEMPLO 4 *Aplicación a las Ciencias*

El flúor-20 tiene una vida media de 11 segundos.

A **Halla la cantidad de flúor-20 que queda de una muestra de 40 gramos después de 44 segundos.**

Paso 1 Halla t, la cantidad de vidas medias en el periodo de tiempo dado.

$\frac{44 \text{ s}}{11 \text{ s}} = 4$ — *Divide el periodo de tiempo entre la vida media. El valor de t es 4.*

Paso 2 $A = C(0.5)^t$ — *Escribe la fórmula.*

$= 40(0.5)^8$ — *Sustituye C por 40 y t por 4.*

$= 2.5$ — *Usa una calculadora.*

Quedan 2.5 gramos de flúor-20 después de 44 segundos.

B **Halla la cantidad de flúor-20 que queda de una muestra de 40 gramos después de 2.2 minutos. Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.**

Paso 1 Halla t, la cantidad de vidas medias en el periodo de tiempo dado.

$2.2(60) = 132$ — *Halla la cantidad de segundos en 2.2 minutos.*

$\frac{132 \text{ s}}{11 \text{ s}} = 12$ — *Divide el periodo de tiempo entre la vida media. El valor de t es $\frac{132}{11} = 12$.*

Paso 2 $A = C(0.5)^t$ — *Escribe la fórmula.*

$= 40(0.5)^{12}$ — *Sustituye C por 40 y t por 12.*

≈ 0.01 — *Usa una calculadora. Redondea al centésimo más cercano.*

Quedan aproximadamente 0.01 gramos de flúor-20 después de 2.2 minutos.

¡COMPRUÉBALO!

4a. El cesio-137 tiene una vida media de 30 años. Halla la cantidad de cesio-137 que queda de una muestra de 100 miligramos después de 180 años.

4b. El bismuto-210 tiene una vida media de 5 días. Halla la cantidad de bismuto-210 que queda de una muestra de 100 gramos después de 5 semanas. (*Pista:* convierte 5 semanas a días).

RAZONAR Y COMENTAR

1. Describe tres situaciones del mundo real que puedan describirse mediante funciones de crecimiento exponencial o funciones de decremento exponencial.

2. La población de un pueblo después de t años se puede representar mediante $C = 1000(1.02)^t$. ¿La población aumenta o disminuye? ¿A qué tasa porcentual?

3. Una función exponencial es una función del tipo $y = ab^x$. Explica por qué las funciones de crecimiento exponencial y las funciones de decremento exponencial son funciones exponenciales.

Nota ¡Aprende!

4. **ORGANÍZATE** Copia y completa el organizador gráfico.

Crecimiento exponencial y decremento exponencial

¿En qué se parecen? ↔ ¿En qué se diferencian?

11-3 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-3
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. **Vocabulario** La función $y = 0.68(2)^x$ es un ejemplo de ___?___. (*crecimiento exponencial* o *decremento exponencial*)

VER EJEMPLO 1 pág. 805

Representa cada situación con una función de crecimiento exponencial. Luego, halla el valor de la función después de la cantidad de tiempo dada.

2. El costo de la matrícula en una universidad es \$12,000 y aumenta a una tasa de 6% por año; 4 años.
3. La cantidad de estudiantes atletas en una escuela superior local es 300 y aumenta a una tasa de 8% por año; 5 años.

VER EJEMPLO 2 pág. 806

Representa cada situación con una función de interés compuesto. Luego, halla el saldo después de la cantidad de años dada.

4. \$1500 invertidos a una tasa de 3.5% que se ajusta anualmente; 4 años
5. \$4200 invertidos a una tasa de 2.8% que se ajusta trimestralmente; 6 años

VER EJEMPLO 3 pág. 807

Representa cada situación con una función de decremento exponencial. Luego, halla el valor de la función después de la cantidad de tiempo dada.

6. El valor de un automóvil es \$18,000 y se deprecia a una tasa de 12% por año; 10 años.
7. La cantidad (al centésimo más cercano) de una dosis de 10 mg de un determinado antibiótico disminuye en tu torrente sanguíneo a una tasa de 16% por hora; 4 horas.

VER EJEMPLO 4 pág. 808

8. El bismuto-214 tiene una vida media de aproximadamente 20 minutos. Halla la cantidad de bismuto-214 que queda de una muestra de 30 gramos después de 1 hora.
9. El mendelevio-258 tiene una vida media de aproximadamente 52 días. Halla la cantidad de mendelevio-258 que queda de una muestra de 44 gramos después de 156 días.

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
10–13	1
14–17	2
18–19	3
20	4

Práctica adicional

Práctica de destrezas, pág. E24
Práctica de aplicación, pág. E38

Representa cada situación con una función de crecimiento exponencial. Luego, halla el valor de la función después de la cantidad de tiempo dada.

10. Las ventas anuales de una empresa son \$149,000 y aumentan a una tasa de 6% por año; 7 años.
11. La población de un pueblo pequeño es 1600 habitantes y aumenta a una tasa de 3% por año; 10 años.
12. Una nueva cuenta de ahorros comienza con \$700 y aumenta 1.2% por año; 8 años.
13. La cantidad de miembros de un club local crece a una tasa de 7.8% por año y actualmente hay 30 miembros; 6 años.

Representa cada situación con una función de interés compuesto. Luego, halla el saldo después de la cantidad de años dada.

14. \$28,000 invertidos a una tasa de 4% que se ajusta anualmente; 5 años
15. \$7000 invertidos a una tasa de 3% que se ajusta trimestralmente; 10 años
16. \$3500 invertidos a una tasa de 1.8% que se ajusta mensualmente; 4 años
17. \$12,000 invertidos a una tasa de 2.6% que se ajusta anualmente; 15 años

Representa cada situación con una función de decremento exponencial. Luego, halla el valor de la función después de la cantidad de tiempo dada.

18. La población de una ciudad es 18,000 habitantes y disminuye a una tasa de 2% por año; 6 años.

19. El valor de un libro es \$58 y disminuye a una tasa de 10% por año; 8 años.

20. La vida media del bromo-82 es aproximadamente 36 horas. Halla la cantidad de bromo-82 que queda de una muestra de 80 gramos después de 6 días.

Identifica cada una de las siguientes funciones como de crecimiento exponencial o de decremento exponencial. Luego, da la tasa de crecimiento o de decremento como porcentaje.

21. $y = 3(1.61)^t$ **22.** $y = 39(0.098)^t$ **23.** $y = c\left(\frac{2}{3}\right)^t$ **24.** $y = c\left(\frac{3}{2}\right)^t$

25. $y = c(1.1)^t$ **26.** $y = c(0.8)^t$ **27.** $y = c\left(\frac{5}{4}\right)^t$ **28.** $y = c\left(\frac{1}{2}\right)^t$

Representa cada situación con una función de crecimiento exponencial o de decremento exponencial. Luego, halla el valor de la función después de la cantidad de tiempo dada.

29. La población de un país es 58,000,000 habitantes y crece a una tasa de 0.1% por año; 3 años.

30. Un automóvil antiguo vale \$32,000 y su valor aumenta 7% por año; 5 años.

31. Una inversión de \$8200 pierde valor a una tasa de 2% por año; 7 años.

32. Un automóvil nuevo vale \$25,000 y su valor disminuye 15% cada año; 6 años.

33. La cantidad de estudiantes inscritos en una escuela superior local es 970 y aumenta 1.2% por año; 5 años.

34. Arqueología El método del carbono-14 es una manera de determinar la edad de objetos orgánicos muy antiguos. El carbono-14 tiene una vida media de aproximadamente 5700 años. Un objeto orgánico con $\frac{1}{2}$ del carbono-14 de su equivalente vivo murió hace 5700 años. En 1999, un grupo de arqueólogos descubrió el puente más antiguo en Inglaterra cerca de Testwood, Hampshire. El método del carbono-14 se aplicó a la madera y reveló que el puente tenía 3500 años de antigüedad. Supongamos que cuando se construyó el puente la madera contenía 15 gramos de carbono-14. ¿Qué cantidad de carbono-14 tendría cuando los arqueólogos lo encontraron? Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

Una imagen generada por computadora de cómo pudo haber sido el puente de Testwood

35. ANÁLISIS DE ERRORES Se pidió a dos estudiantes que hallaran el valor de un objeto de \$1000 después de 3 años. El objeto se depreciaba (perdía valor) a una tasa de 40% por año. ¿Qué opción es incorrecta? Explica el error.

A

$1000(0.6)^3$

\$216

B

$1000(0.4)^3$

\$64

36. Razonamiento crítico El valor de un determinado automóvil se puede representar mediante la función $y = 20{,}000(0.84)^t$, donde t es el tiempo en años. ¿El valor será cero en algún momento? Explica.

37. El valor de una tarjeta de béisbol poco común aumenta cada año a una tasa de 4%. La tarjeta vale \$300 hoy. El dueño espera venderla tan pronto como el valor supere \$600. ¿Cuántos años tendrá que esperar el dueño para vender la tarjeta? Redondea tu respuesta al número natural más cercano.

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

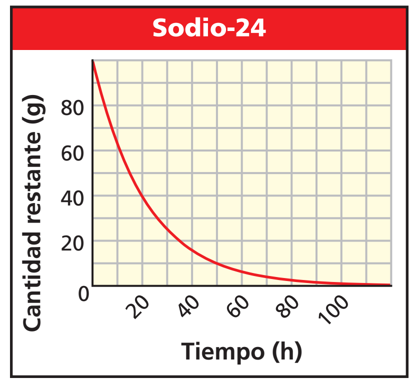
38. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 820.

a. La matrícula anual de una prestigiosa universidad era $20,000 en 2002. La matrícula generalmente aumenta a una tasa de 9% cada año. Escribe una función para describir el costo de la matrícula en función de la cantidad de años desde 2002. Usa 2002 como año cero al escribir la regla de función.

b. ¿Cuál es tu predicción del costo de la matrícula en 2008?

c. Usa una tabla de valores para hallar el primer año en que el costo de la matrícula es mayor que el doble del costo en 2002.

39. Varios pasos En el banco A, se invierten $600 con una tasa de interés de 5% que se ajusta anualmente. En el banco B, se invierten $500 con una tasa de interés de 6% que se ajusta trimestralmente. ¿Qué cuenta tendrá el mayor saldo después de 10 años? ¿Y después de 20 años?



40. Estimación En la gráfica se muestra la descomposición de 100 gramos de sodio-24. Usa la gráfica para estimar la cantidad de horas que la muestra tardará en descomponerse a 10 gramos. Luego, estima la vida media del sodio-24.

41. Calculadora gráfica Usa una calculadora gráfica para representar gráficamente $y = 10(1 + r)^x$ para $r = 10\%$ y $r = 20\%$. Compara las dos gráficas. ¿Cómo afecta las gráficas el valor de r?

42. Escríbelo Escribe una situación del mundo real que se podría representar mediante $y = 400(1.08)^t$.

43. Escríbelo Escribe una situación del mundo real que se podría representar mediante $y = 800(0.96)^t$.

44. Razonamiento crítico La cantidad de agua de un recipiente se duplica cada minuto. Después de 6 minutos, el recipiente está lleno. Tu amigo dice que tenía agua hasta la mitad después de 3 minutos. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

45. Una población de 500 personas disminuye 1% por año. ¿Qué función representa esta situación?

Ⓐ $y = 500(0.01)^t$ Ⓑ $y = 500(0.1)^t$ Ⓒ $y = 500(0.9)^t$ Ⓓ $y = 500(0.99)^t$

46. ¿Qué función NO es un modelo de decremento exponencial?

Ⓕ $y = 5\left(\frac{1}{3}\right)^x$ Ⓖ $y = -5\left(\frac{1}{3}\right)^x$ Ⓗ $y = 5(3)^{-x}$ Ⓙ $y = 5\left(3^{-1}\right)^x$

47. Stephanie quiere ahorrar $1000 para el pago inicial de un automóvil que quiere comprar dentro de 3 años. Abre una cuenta de ahorros que paga 5% de interés que se ajusta anualmente. ¿Aproximadamente cuánto dinero debe depositar Stephanie ahora para tener dinero suficiente para el pago inicial dentro de 3 años?

Ⓐ $295 Ⓑ $333 Ⓒ $500 Ⓓ $865

48. Respuesta breve En 2000, la población de un pueblo era 1000 habitantes y aumentaba a una tasa de 5% por año.

a. Representa esta situación con una función de crecimiento exponencial.

b. ¿En qué año la población es 1300 habitantes? Muestra cómo hallaste tu respuesta.

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

49. Inviertes $700 a una tasa de 6% que se ajusta trimestralmente. Usa una gráfica para estimar la cantidad de años que tu inversión tardará en aumentar a $2300.

50. Omar invirtió $500 a una tasa de 4% que se ajusta anualmente. ¿Cuánto tardará el dinero de Omar en duplicarse? ¿Cuánto tardaría si el interés fuera 8% y se ajustara anualmente?

51. Una muestra de 80 gramos de una sustancia radiactiva se descompuso a 10 gramos después de 300 minutos. Halla la vida media de la sustancia.

52. El praseodimio-143 tiene una vida media de 2 semanas. La medición original de la masa de una muestra se perdió. Después de 6 semanas, quedan 15 gramos de praseodimio-143. ¿Cuántos gramos pesaba la muestra original?

53. Phillip invirtió dinero en un negocio hace 8 años. Desde entonces, su inversión ha aumentado a una tasa promedio de 1.3% que se ajusta trimestralmente. Ahora la inversión de Phillip vale $250,000. ¿Cuál fue su inversión original? Redondea tu respuesta al dólar más cercano.

54. **Finanzas personales** Anna debe un saldo de $200 en su tarjeta de crédito. Planea hacer un pago de $30 cada mes. También hay un cargo de financiación (interés) de 1.5% por mes sobre el saldo restante. Copia y completa la tabla para responder las siguientes preguntas. Puedes agregar más filas a la tabla si es necesario.

Mes	Saldo ($)	Pago mensual ($)	Saldo restante ($)	Tarifa de financiación de 1.5% ($)	Nuevo saldo ($)
1	200	30	170	2.55	172.55
2	172.55	30	■	■	■
3	■	30	■	■	■
4	■	30	■	■	■

a. ¿Cuántos meses tardará Anna en pagar todo el saldo?

b. En el momento en que Anna pague todo el saldo, ¿cuánto interés habrá pagado en total?

REPASO EN ESPIRAL

Escribe y resuelve una proporción para cada situación. *(Lección 2-8)*

55. Un narciso que mide 1.2 pies de altura proyecta una sombra de 1.5 pies de largo. Al mismo tiempo, un farol cercano proyecta una sombra de 20 pies de largo. ¿Cuál es la altura del farol?

56. Un almohadón rectangular verde mide 20 pulgadas de largo y 10 pulgadas de ancho. Un almohadón amarillo proporcionalmente semejante mide 12 pulgadas de largo. ¿Cuál es el ancho del almohadón amarillo?

Representa gráficamente cada función. *(Lección 4-4)*

57. $f(x) = 2x + 1$ **58.** $f(x) = |x - 4|$ **59.** $f(x) = x^2 - 1$

60. La función $f(x) = 0.10(2)^x$ describe el costo total en dólares de la multa por un libro de una biblioteca, donde x es la cantidad de días de retraso en la devolución del libro. ¿Cuál es la cantidad de la multa si la devolución del libro lleva 4 días de retraso? ¿Cuántos días de retraso lleva la devolución del libro si la multa es $12.80? *(Lección 11-2)*

11-4 Modelos lineales, cuadráticos y exponenciales

Objetivos

Comparar modelos lineales, cuadráticos y exponenciales

Dado un conjunto de datos, decidir qué tipo de función representa los datos y describir la función con una ecuación

¿Para qué sirve?

Diferentes situaciones en los deportes se pueden describir mediante modelos lineales, cuadráticos o exponenciales.

Observa las siguientes tablas y gráficas. En los datos se muestran tres formas de relacionar las cantidades variables que has aprendido. Las relaciones que se muestran son lineales, cuadráticas y exponenciales.

Lineal

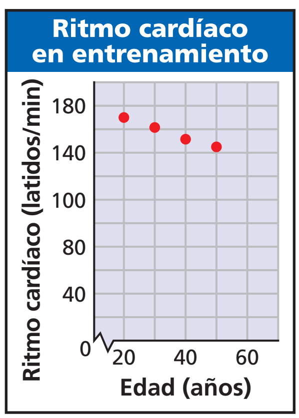
Ritmo cardíaco en entrenamiento	
Edad (años)	Latidos/min
20	170
30	161.5
40	153
50	144.5

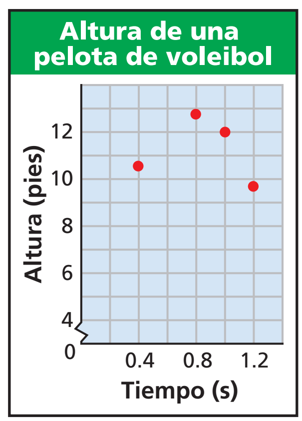
Cuadrática

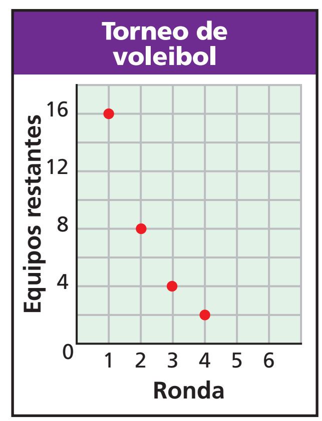
Altura de una pelota de voleibol	
Tiempo (s)	Altura (pies)
0.4	10.44
0.8	12.76
1	12
1.2	9.96

Exponencial

Torneo de voleibol	
Ronda	Equipos restantes
1	16
2	8
3	4
4	2







En el mundo real, las personas suelen recopilar datos y luego deben decidir qué tipo de relación (si la hay) consideran que describe mejor sus datos.

EJEMPLO 1

Representar gráficamente datos para elegir un modelo

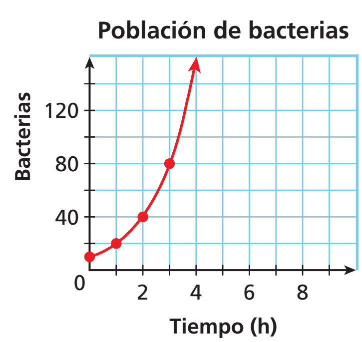
Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?

A

Tiempo (h)	0	1	2	3
Bacterias	10	20	40	80

Marca los puntos de los datos y conéctalos.

Los datos parecen ser exponenciales.



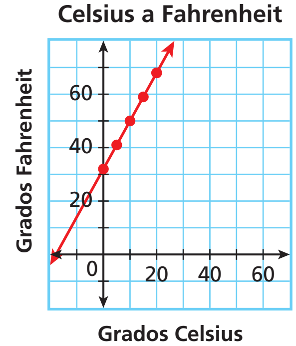
Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?

B

°C	0	5	10	15	20
°F	32	41	50	59	68

Marca los puntos de los datos y conéctalos.

Los datos parecen ser lineales.



¡COMPRUÉBALO! **Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?**

1a. $\{(-3, 0.30), (-2, 0.44), (0, 1), (1, 1.5), (2, 2.25), (3, 3.38)\}$

1b. $\{(-3, -14), (-2, -9), (-1, -6), (0, -5), (1, -6), (2, -9), (3, -14)\}$

Otra forma de decidir qué tipo de relación (si la hay) describe mejor un conjunto de datos es usar patrones.

EJEMPLO 2 Usar patrones para elegir un modelo

Busca un patrón en cada conjunto de datos para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

A

Altura de los cables de suspensión de un puente	
Distancia del cable desde la torre (pies)	**Altura del cable (pies)**
0	400
100	256
200	144
300	64

$+100$, $+100$, $+100$; -144, -112, -80; $+32$, $+32$

Para cada cambio constante de +100 pies en la distancia, hay una segunda diferencia constante de +32.

Los datos parecen ser cuadráticos.

B

Valor de un automóvil	
Antigüedad del automóvil (años)	**Valor ($)**
0	20,000
1	17,000
2	14,450
3	12,282.50

$+1$, $+1$, $+1$; $\times 0.85$, $\times 0.85$, $\times 0.85$

Para cada cambio constante de +1 año en la antigüedad, hay una razón constante de 0.85.

Los datos parecen ser exponenciales.

¡Recuerda!

Cuando la variable independiente cambia según una cantidad constante,
- las funciones lineales tienen primeras diferencias constantes.
- las funciones cuadráticas tienen segundas diferencias constantes.
- las funciones exponenciales tienen una razón constante.

¡COMPRUÉBALO! **2.** Busca un patrón en el conjunto de datos $\{(-2, 10), (-1, 1), (0, -2), (1, 1), (2, 10)\}$ para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

Después de decidir qué modelo es el mejor para representar los datos, puedes escribir una función. Recuerda las formas generales de las funciones lineales, cuadráticas y exponenciales.

Nota ¡Aprende!

Formas generales de las funciones

LINEAL	CUADRÁTICA	EXPONENCIAL
$y = mx + b$	$y = ax^2 + bx + c$	$y = ab^x$

EJEMPLO 3

Aplicación a la resolución de problemas

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Usa los datos de la tabla para describir cómo cambia la población de mariquitas. Luego, representa los datos con una función. Usa tu función para predecir la población de mariquitas después de un año.

Población de mariquitas	
Tiempo (meses)	**Mariquitas**
0	10
1	30
2	90
3	270

1 Comprende el problema

La **respuesta** tendrá tres partes: una descripción, una función y una predicción.

2 Haz un plan

Determina si los datos son lineales, cuadráticos o exponenciales. Usa la forma general para escribir una función. Luego, usa la función para hallar la población después de un año.

3 Resuelve

Paso 1 Describe la situación con palabras.

	Población de mariquitas		
	Tiempo (meses)	**Mariquitas**	
	0	10	
+ 1	1	30	× 3
+ 1	2	90	× 3
+ 1	3	270	× 3

Cada mes, la población de mariquitas se multiplica por 3. En otras palabras, la población se triplica cada mes.

Paso 2 Escribe la función.

Hay una razón constante de 3. Los datos parecen ser exponenciales.

$y = ab^x$	*Escribe la forma general de una función exponencial.*
$y = a(3)^x$	*Sustituye b por la razón constante, 3.*
$10 = a(3)^0$	*Elige un par ordenado de la tabla, como (0, 10). Sustituye x e y.*
$10 = a(1)$	*Simplifica. $3^0 = 1$*
$10 = a$	*El valor de a es 10.*
$y = 10(3)^x$	*Sustituye a por 10 en $y = a(3)^x$.*

Pista útil

Puedes elegir cualquier par ordenado dado para sustituir *x* e *y*. Sin embargo, suele ser más fácil elegir un par ordenado que contenga 0.

Paso 3 Predice la población de mariquitas después de un año.

$y = 10(3)^x$	*Escribe la función.*
$= 10(3)^{12}$	*Sustituye x por 12 (1 año = 12 meses).*
$= 5{,}314{,}410$	*Usa una calculadora.*

Habrá 5,314,410 mariquitas después de un año.

4 Repasa

Elegiste el par ordenado (0, 10) para escribir la función. Comprueba que todos los demás pares ordenados de la tabla satisfagan tu función.

y	$10(3)^x$
30	$10(3)^1$
30	$10(3)$
30	30 ✓

y	$10(3)^x$
90	$10(3)^2$
90	$10(9)$
90	90 ✓

y	$10(3)^x$
270	$10(3)^3$
270	$10(27)$
270	270 ✓

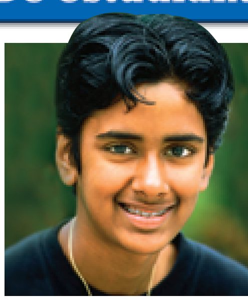
¡COMPRUÉBALO!

3. Usa los datos de la tabla para describir cómo cambia la temperatura del horno. Luego, escribe una función que represente los datos. Usa tu función para predecir la temperatura después de 1 hora.

Temperatura del horno				
Tiempo (min)	0	10	20	30
Temperatura (°F)	375	325	275	225

De estudiante a estudiante

Comprobar unidades



Michael Gambhir
Escuela Superior Warren

Solía obtener muchas respuestas equivocadas a causa de las unidades. Si en una pregunta se pedía el valor de algo después de 1 año, siempre sustituía por 1 en la función.

Finalmente me di cuenta de que debes comprobar qué es x. Si x representa meses y lo que intentas hallar es el valor después de 1 año, debes sustituir x por 12, no por 1, porque hay 12 meses en un año.

RAZONAR Y COMENTAR

1. ¿Crees que todos los conjuntos de datos se podrán representar mediante una función lineal, cuadrática o exponencial? ¿Por qué?

2. En el Ejemplo 3, ¿es seguro que habrá 5,314,410 mariquitas después de un año? Explica.

Nota ¡Aprende!

3. ORGANÍZATE Copia y completa el organizador gráfico. En cada recuadro, anota algunas características y traza una gráfica de cada tipo de modelo.

Cómo representar datos

Lineales | Cuadráticos | Exponenciales

11-4 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-4
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

VER EJEMPLO 1
pág. 813

Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?

1. $\{(-1, 4), (-2, 0.8), (0, 20), (1, 100), (-3, 0.16)\}$
2. $\{(0, 3), (1, 9), (2, 11), (3, 9), (4, 3)\}$
3. $\{(2, -7), (-2, -9), (0, -8), (4, -6), (6, -5)\}$

VER EJEMPLO 2
pág. 814

Busca un patrón en cada conjunto de datos para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

4. $\{(-2, 1), (-1, 2.5), (0, 3), (1, 2.5), (2, 1)\}$
5. $\{(-2, 0.75), (-1, 1.5), (0, 3), (1, 6), (2, 12)\}$
6. $\{(-2, 2), (-1, 4), (0, 6), (1, 8), (2, 10)\}$

VER EJEMPLO 3
pág. 815

7. **Economía para el consumidor** Usa los datos de la tabla para describir el costo de las uvas. Luego, representa los datos con una función. Usa tu función para predecir el costo de 6 libras de uvas.

Costo total de las uvas				
Cantidad (libras)	1	2	3	4
Costo ($)	1.79	3.58	5.37	7.16

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
8–10	1
11–13	2
14	3

Práctica adicional
Práctica de destrezas, pág. E24
Práctica de aplicación, pág. E38

Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?

8. $\{(-3, -5), (-2, -8), (-1, -9), (0, -8), (1, -5), (2, 0), (3, 7)\}$
9. $\{(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$
10. $\{(0, 0.1), (2, 0.9), (3, 2.7), (4, 8.1)\}$

Busca un patrón en cada conjunto de datos para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

11. $\{(-2, 5), (-1, 4), (0, 3), (1, 2), (2, 1)\}$
12. $\{(-2, 12), (-1, 15), (0, 16), (1, 15), (2, 12)\}$
13. $\{(-2, 8), (-1, 4), (0, 2), (1, 1), (2, 0.5)\}$
14. **Negocios** Usa los datos de la tabla para describir cómo cambian las ventas de la empresa. Luego, representa los datos con una función. Usa tu función para predecir la cantidad de ventas después de 10 años.

Ventas de la empresa				
Año	0	1	2	3
Ventas ($)	25,000	30,000	36,000	43,200

15. **Varios pasos** El cabello de Jay crece aproximadamente 6 pulgadas cada año. Describe con una función la longitud ℓ en pulgadas que el cabello de Jay crecerá en cada año k. ¿Qué tipo de modelo describe mejor la función?

Indica qué tipo de modelo describe mejor cada situación.

16. La altura de una planta, medida a intervalos semanales durante las últimas 6 semanas, fue 1 pulgada, 1.5 pulgadas, 2 pulgadas, 2.5 pulgadas, 3 pulgadas y 3.5 pulgadas.

17. La cantidad de partidos que un jugador de béisbol jugó durante los últimos cuatro años fue 162, 162, 162 y 162.

18. La altura de una pelota en un determinado intervalo de tiempo fue 30.64 pies, 30.96 pies, 31 pies, 30.96 pies y 30.64 pies.

Representa cada conjunto de datos con una función.

19.

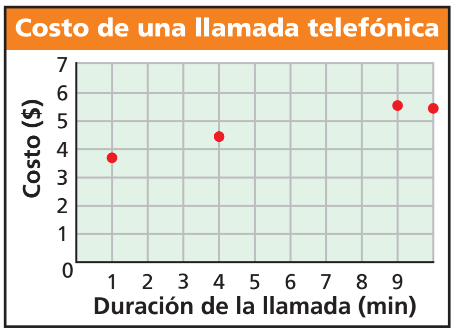
x	−1	0	1	2	4
y	0.05	0.2	0.8	3.2	51.2

20.

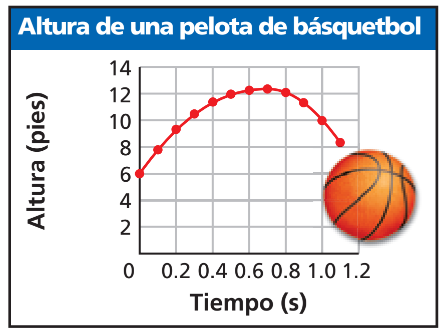
x	−2	0	2	4	8
y	5	4	3	2	0

Indica qué tipo de modelo describe mejor cada gráfica.

21.

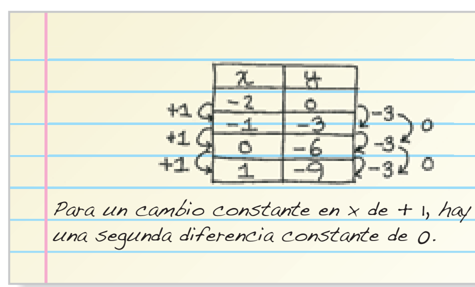


22.



23. **Escríbelo** Escribe un conjunto de datos que podrías representar con una función exponencial. Explica por qué funcionaría el modelo exponencial.

24. **ANÁLISIS DE ERRORES** Un estudiante concluyó que el conjunto de datos se representaría mejor mediante una función cuadrática. Explica el error del estudiante.



25. **Razonamiento crítico** A veces, las gráficas de datos cuadráticos y de datos exponenciales pueden tener un aspecto muy semejante. Describe cómo puedes diferenciarlas.

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

26. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 820.

a. Examina los dos modelos que representan la matrícula anual de dos universidades. Describe cada modelo como lineal, cuadrático o exponencial.

b. Escribe una regla de función para cada modelo.

c. Ambos modelos tienen los mismos valores para 2004. ¿Qué significa esto?

d. ¿Por qué ambos modelos tienen el mismo valor para el año 1?

Años después de 2004	Matrícula de la universidad 1 ($)	Matrícula de la universidad 2 ($)
0	2000.00	2000.00
1	2200.00	2200.00
2	2400.00	2420.00
3	2600.00	2662.00
4	2800.00	2928.20

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

27. ¿Qué función representa mejor los datos: $\{(-4, -2), (-2, -1), (0, 0), (2, 1), (4, 2)\}$?

Ⓐ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ Ⓑ $y = \frac{1}{2}x^2$ Ⓒ $y = \frac{1}{2}x$ Ⓓ $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2$

28. La población de una ciudad aumenta a una tasa de 2% por año. ¿Qué tipo de modelo describe esta situación?

Ⓕ exponencial Ⓖ cuadrático Ⓗ lineal Ⓙ ninguno

29. ¿Qué conjunto de datos se representa mejor mediante una función lineal?

Ⓐ $\{(-2, 0), (-1, 2), (0, -4), (1, -1), (2, 2)\}$

Ⓑ $\{(-2, 2), (-1, 4), (0, 6), (1, 16), (2, 32)\}$

Ⓒ $\{(-2, 2), (-1, 4), (0, 6), (1, 8), (2, 10)\}$

Ⓓ $\{(-2, 0), (-1, 5), (0, 7), (1, 5), (2, 0)\}$

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

30. **Finanzas** Un contador estima que un determinado automóvil nuevo que vale $18,000 perderá valor a una tasa de 16% por año.
    a. Haz una tabla en la que se muestre el valor del automóvil para los años 0, 1, 2, 3 y 4. ¿Cuál es el significado del año 0 en el mundo real?
    b. ¿Qué tipo de modelo representa mejor los datos de tu tabla? Explica.
    c. Escribe una función para tus datos.
    d. ¿Cuál es el valor del automóvil después de $5\frac{1}{2}$ años?
    e. ¿Cuál es el valor del automóvil después de 8 años?

31. **Cuidado de mascotas** En la tabla se muestran las pautas generales para el peso de un Gran Danés a diferentes edades.
    a. Ninguno de los tres modelos de esta lección (lineal, cuadrático o exponencial) se ajusta a estos datos exactamente. ¿Cuál de éstos es el *mejor* modelo para los datos? Explica tu elección.
    b. ¿Cuál es tu predicción para el peso de un Gran Danés de 1 año?
    c. ¿Crees que podrías usar tu modelo para hallar el peso de un Gran Danés a cualquier edad? ¿Por qué?

Gran Danés

Edad (meses)	Peso (kg)
2	12
4	23
6	33
8	40
10	45

REPASO EN ESPIRAL

Escribe una expresión algebraica para cada situación. *(Lección 1-1)*

32. la cantidad total de kilómetros que Helen corrió en n carreras de 5 kilómetros

33. el rendimiento promedio de un automóvil que usa g galones de gasolina en 145 millas

34. la estatura de Lorraine si es b pulgadas más baja que Gene, que mide 74 pulgadas

Resuelve mediante las raíces cuadradas. *(Lección 9-7)*

35. $4x^2 = 100$ 36. $10 - x^2 = 10$ 37. $16x^2 + 5 = 86$

Representa gráficamente cada función exponencial. *(Lección 11-2)*

38. $y = 6^x$ 39. $y = -2(5)^x$ 40. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

CAPÍTULO 11

SECCIÓN 11A

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

Funciones exponenciales

Dólares para los estudiantes En 1980, la matrícula anual promedio en las universidades con programas de estudio de dos años era $350. Desde entonces, el costo de la matrícula aumentó un promedio de 9% cada año.

1. Escribe una regla de función que represente el crecimiento anual de la matrícula en universidades con programas de dos años desde 1980. Sea 1980 el año cero en tu función. Identifica las variables e indica cuál es independiente y cuál es dependiente.
2. Usa tu función para determinar la matrícula anual promedio en 2006. Usa una tabla y una gráfica para apoyar tu respuesta.
3. Usa tu función para predecir la matrícula anual promedio en universidades con programas de dos años para el año en el que planeas graduarte de la escuela superior.
4. ¿En qué año la matrícula anual promedio es el doble de la de 1980? Usa una tabla y una gráfica para apoyar tu respuesta.
5. ¿En qué año la matrícula anual promedio llega a $1000? Usa una tabla y una gráfica para apoyar tu respuesta.

¿LISTO PARA SEGUIR?

CAPÍTULO 11

SECCIÓN 11A

Prueba de las Lecciones 11-1 a 11-4

11-1 Secuencias geométricas

Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.

1. 3, 6, 12, 24, … **2.** $-1, 2, -4, 8, \ldots$ **3.** $-2400, -1200, -600, -300, \ldots$

4. El primer término de una secuencia geométrica es 2 y la razón común es 3. ¿Cuál es el 8.º término de la secuencia?

5. En la tabla se muestra la distancia que un péndulo recorrió durante las primeras tres oscilaciones. Los valores forman una secuencia geométrica. ¿Cuál será la longitud de la 7.ª oscilación?

Oscilación	Longitud (cm)
1	1000
2	800
3	640

11-2 Funciones exponenciales

6. La función $f(x) = 3(1.1)^x$ da la longitud (en pulgadas) de una imagen después de haberla ampliado 10% x veces. ¿Cuál es la longitud de la imagen después de haberla ampliado 4 veces? Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

Representa gráficamente cada función exponencial.

7. $y = 3^x$ **8.** $y = 2(2)^x$ **9.** $y = -2(4)^x$ **10.** $y = -(0.5)^x$

11. La función $f(x) = 40(0.8)^x$ da la cantidad en miligramos de un medicamento presente en el sistema de un paciente x horas después de tomar una dosis de 40 mg. ¿En cuántas horas habrá menos de 2 mg del medicamento en el sistema del paciente?

11-3 Crecimiento exponencial y decremento exponencial

Representa cada situación con una función. Luego, halla el valor de la función después de la cantidad de tiempo dada.

12. El salario de Fiona es \$30,000 y espera recibir un aumento de 3% cada año; 10 años.

13. Se invierten \$2000 a una tasa de 4.5% que se ajusta mensualmente; 3 años.

14. Una computadora de \$1200 pierde valor a una tasa de 20% por año; 4 años.

15. El estroncio-90 tiene una vida media de 29 años. ¿Aproximadamente cuánto estroncio-90 quedará de una muestra de 100 mg después de 290 años? Redondea tu respuesta al milésimo más cercano.

11-4 Modelos lineales, cuadráticos y exponenciales

Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?

16. $\{(-2, 5), (3, 10), (0, 1), (1, 2), (0.5, 1.25)\}$ **17.** $\{(0, 3), (2, 12), (-1, 1.5), (-3, 0.375), (4, 48)\}$

Busca un patrón en cada conjunto de datos para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

18. $\{(-2, -6), (-1, -5), (0, -4), (1, -3), (2, -2)\}$ **19.** $\{(-2, -24), (-1, -12), (0, -6), (1, -3)\}$

20. Usa los datos de la tabla para describir cómo cambia el valor de la estampilla. Luego, representa los datos con una función. Usa tu función para predecir el valor de la estampilla en 11 años.

Valor de la estampilla coleccionable				
Año	0	1	2	3
Valor (\$)	5.00	6.00	7.20	8.64

11-5 Funciones de raíz cuadrada

Objetivos
Identificar funciones de raíz cuadrada y sus dominios y rangos

Representar gráficamente funciones de raíz cuadrada

Vocabulario
función de raíz cuadrada

¿Quién lo usa?
Los astronautas pueden usar funciones de raíz cuadrada para calcular su velocidad en caída libre.

Los astronautas de la NASA practican vivir en la ingravidez del espacio entrenándose en el KC-135, también conocido como el "Cometa Vómito". Este avión vuela hasta una cierta altitud y luego cae en caída libre por un periodo de tiempo, simulando un ambiente de gravedad cero.

La función $y = 8\sqrt{x}$ da la velocidad en pies por segundo de un objeto en caída libre después de caer x pies. Esta función es diferente de las que has visto hasta ahora. Contiene una variable bajo el signo de raíz cuadrada, $\sqrt{}$.

Nota ¡Aprende!

Función de raíz cuadrada

EN PALABRAS	EJEMPLOS	NO EJEMPLOS
Una **función de raíz cuadrada** es una función cuya regla contiene una variable bajo un signo de raíz cuadrada.	$y = \sqrt{x}$ $y = \sqrt{2x + 1}$ $y = 3\sqrt{\frac{x}{2}} - 6$	$y = x^2$ $y = \frac{2}{x + 1}$ $y = \sqrt{3}x$

EJEMPLO 1 Evaluar funciones de raíz cuadrada

A **Halla la velocidad de un objeto en caída libre después de haber caído 4 pies.**

$y = 8\sqrt{x}$ *Escribe la función de la velocidad.*

$= 8\sqrt{4}$ *Sustituye x por 4.*

$= 8(2)$ *Simplifica.*

$= 16$

Después de que un objeto ha caído 4 pies, su velocidad es 16 pies/s.

B **Halla la velocidad de un objeto en caída libre después de haber caído 50 pies. Redondea tu respuesta al décimo más cercano.**

$y = 8\sqrt{x}$ *Escribe la función de la velocidad.*

$= 8\sqrt{50}$ *Sustituye x por 50.*

≈ 56.6 *Usa una calculadora.*

Después de que un objeto ha caído 4 pies, su velocidad es aproximadamente 56.6 pies/s.

Pista útil

Comprueba que tu respuesta sea razonable. En el Ejemplo 1B, $8\sqrt{49} = 8(7) = 56$; por lo tanto, $8\sqrt{50} \approx 56.6$ es razonable.

¡COMPRUÉBALO!

1a. Halla la velocidad de un objeto en caída libre después de haber caído 25 pies.

1b. Halla la velocidad de un objeto en caída libre después de haber caído 15 pies. Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

Recuerda que la raíz cuadrada de un número negativo no es un número real. El dominio (valores de x) de una función de raíz cuadrada se limita a los números que hacen que el valor bajo el signo de radical sea mayor que o igual a 0.

EJEMPLO 2 Hallar el dominio de funciones de raíz cuadrada

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.

A $y = \sqrt{x+4} - 3$

$$\begin{aligned} x + 4 &\geq 0 && \textit{La expresión bajo el signo de radical debe ser mayor que o igual a 0.} \\ \underline{-4} \quad &\underline{-4} && \textit{Resuelve la desigualdad. Resta 4 de ambos lados.} \\ x &\geq -4 \end{aligned}$$

El dominio es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a -4.

B $y = \sqrt{3(x-2)}$

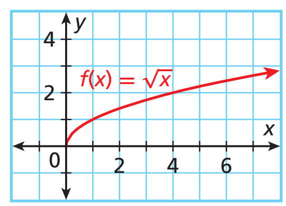
$$\begin{aligned} 3(x-2) &\geq 0 && \textit{La expresión bajo el signo de radical debe ser mayor que o igual a 0.} \\ 3x - 6 &\geq 0 && \textit{Resuelve la desigualdad. Distribuye 3 en el lado izquierdo.} \\ \underline{+6} \quad &\underline{+6} && \textit{Suma 6 a ambos lados.} \\ 3x &\geq 6 \\ x &\geq 2 && \textit{Divide ambos lados entre 3.} \end{aligned}$$

El dominio es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a 2.

¡COMPRUÉBALO! **Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.**

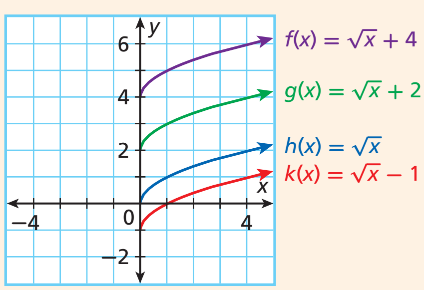
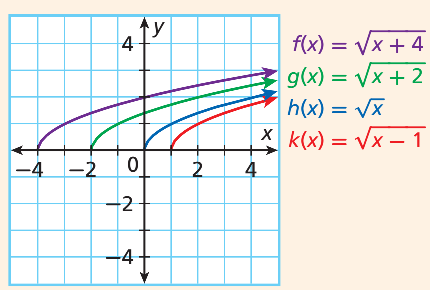
2a. $y = \sqrt{2x - 1}$ **2b.** $y = \sqrt{3x - 5}$

La función madre para las funciones de raíz cuadrada, $f(x) = \sqrt{x}$, se representa gráficamente a la derecha. Observa que no hay valores de x a la izquierda de 0 porque el dominio es $x \geq 0$.



Nota ¡Aprende!

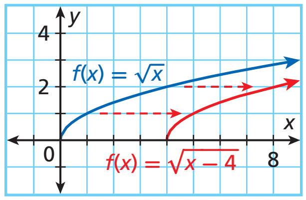
Traslaciones de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$

La gráfica de $f(x) = \sqrt{x} + c$ es una traslación vertical de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$.	La gráfica de $f(x) = \sqrt{x - a}$ es una traslación horizontal de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$.
	
La gráfica se traslada c unidades hacia arriba para $c > 0$ y c unidades hacia abajo para $c < 0$.	La gráfica se traslada a unidades hacia la derecha para $a > 0$ y a unidades hacia la izquierda para $a < 0$.

Si una función de raíz cuadrada se da en una de estas formas, puedes representar gráficamente la función madre $f(x) = \sqrt{x}$ y trasladarla vertical u horizontalmente.

EJEMPLO 3 Representar gráficamente funciones de raíz cuadrada

A **Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{x-4}$.**



Como esta función es del tipo $f(x) = \sqrt{x-a}$, puedes representarla gráficamente como una traslación horizontal de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$. Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{x}$ y luego desplaza la gráfica 4 unidades hacia la derecha.

Pista útil

En el Ejemplo 3B, al generar pares ordenados, elige valores de *x* que hagan que la expresión bajo el signo de radical sea un cuadrado perfecto.

B **Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{2x} + 3$.**

Ésta no es una traslación horizontal o vertical de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$.

Paso 1 Halla el dominio de la función.

$2x \geq 0$ *La expresión bajo el signo de radical debe ser mayor que o igual a 0.*

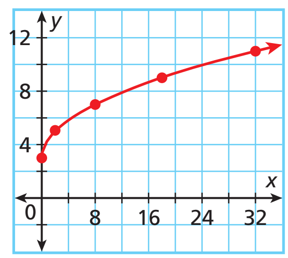
$x \geq 0$ *Resuelve la desigualdad dividiendo ambos lados entre 2.*

El dominio es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a 0.

Paso 2 Elige valores de x mayores que o iguales a 0 y genera pares ordenados

x	$f(x) = \sqrt{2x} + 3$
0	3
2	5
8	7
18	9
32	11

Paso 3 Marca los puntos. Luego, conéctalos con una curva suave.



¡COMPRUÉBALO! **Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada.**

3a. $f(x) = \sqrt{x} + 2$ **3b.** $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$

RAZONAR Y COMENTAR

1. ¿Cómo hallas el dominio de una función de raíz cuadrada?
2. Compara la gráfica de $f(x) = \sqrt{x+8}$ con la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$.
3. Compara la gráfica de $f(x) = \sqrt{x+8}$ con la gráfica de $f(x) = \sqrt{x} + 8$.
4. **ORGANÍZATE** Copia y completa el organizador gráfico. En cada recuadro, representa gráficamente la función y da su dominio.

Nota ¡Aprende!

Funciones de raíz cuadrada

$y = \sqrt{x}$	$y = \sqrt{x} + 5$	$y = \sqrt{x+5}$	$y = \sqrt{5x}$

11-5 Ejercicios

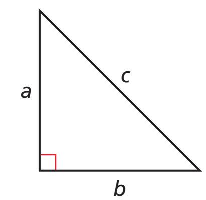
go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-5
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. **Vocabulario** Explica por qué $y = x + \sqrt{3}$ no es una *función de raíz cuadrada.*

VER EJEMPLO 1
pág. 822

2. **Geometría** En un triángulo rectángulo, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, donde c es la longitud de la hipotenusa (el lado más largo) y a y b son las longitudes de los otros dos lados, que se llaman catetos. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si los catetos miden 14 cm y 8 cm? Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.



VER EJEMPLO 2
pág. 823

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.

3. $y = \sqrt{x + 6}$
4. $y = 4 - \sqrt{3 - x}$
5. $y = \sqrt{2x} - 5$
6. $y = \sqrt{x + 2}$
7. $y = \sqrt{3x + 9}$
8. $y = x + \sqrt{x - 5}$

VER EJEMPLO 3
pág. 824

Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada.

9. $f(x) = \sqrt{x - 1}$
10. $f(x) = -\sqrt{2x}$
11. $f(x) = \sqrt{x} + 1$
12. $f(x) = \sqrt{x} - 12$
13. $f(x) = \sqrt{4 - x}$
14. $f(x) = \sqrt{x + 4}$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
15	1
16–27	2
28–33	3

Práctica adicional
Práctica de destrezas, pág. E25
Práctica de aplicación, pág. E38

15. **Cumplimiento de la ley** En la escena de un accidente automovilístico, la policía mide la longitud de las marcas al frenar para estimar la velocidad a la que viajaba el automóvil. Sobre concreto seco, $f(x) = \sqrt{24x}$ da la velocidad en mi/h cuando la longitud de la marca al frenar mide x pies. Halla la velocidad a la que viajaba un automóvil si dejó una marca de 104 pies de largo al frenar. Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.

16. $y = \sqrt{8 - 2x}$
17. $y = 4 - \sqrt{\frac{x}{2}}$
18. $y = \sqrt{3x + 2}$
19. $y = \sqrt{-2x + 3}$
20. $y = 2\sqrt{x + 1} - 2$
21. $y = \sqrt{3(x + 2) - 1}$
22. $y = \sqrt{2(x + 4)} - 3$
23. $y = 7\sqrt{\frac{x}{5} - 8}$
24. $y = \sqrt{2(3x - 6)}$
25. $y = \sqrt{\frac{1}{3}(x - 9)}$
26. $y = \sqrt{2(x + 7) - 6}$
27. $y = 4 + \sqrt{3x + 2}$

Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada.

28. $f(x) = \sqrt{x - 5}$
29. $f(x) = \sqrt{2x} - 4$
30. $f(x) = -1 - \sqrt{x}$
31. $f(x) = \sqrt{x} - 4$
32. $f(x) = 3\sqrt{x - 6}$
33. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x + 4}$

34. **Geometría** Si conoces el área de un círculo, puedes usar la fórmula $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ para hallar el radio. ¿Cuál es el radio de un círculo cuya área es 60 cm^2? Usa 3.14 para π. Redondea tu respuesta al centésimo de centímetro más cercano.

35. **Calculadora gráfica** Usa una calculadora gráfica para lo siguiente.
    a. Representa gráficamente $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $y = 3\sqrt{x}$ e $y = 4\sqrt{x}$ en la misma pantalla.
    b. ¿Cuál es el dominio de cada función?
    c. ¿Cuál es el rango de cada función?
    d. Describe las características de $y = a\sqrt{x}$ para $a > 0$.

36. **Calculadora gráfica** Usa una calculadora gráfica para lo siguiente.

a. Representa gráficamente $y = -\sqrt{x}$, $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x}$, $y = -2\sqrt{x}$, $y = -3\sqrt{x}$ e $y = -4\sqrt{x}$ en la misma pantalla.

b. ¿Cuál es el dominio de cada función?

c. ¿Cuál es el rango de cada función?

d. Describe las características de $y = a\sqrt{x}$ para $a < 0$.

CONEXIÓN

Geología

En diciembre de 2004, tsunamis devastadores asolaron el sur y el sudeste de Asia y el este de África. Los esfuerzos de ayuda mundial no tardaron en llegar. La ayuda de Estados Unidos, pública y privada, superó los $2,000 millones en el año siguiente al desastre.

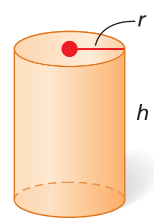
37. La distancia d entre dos puntos (x, y) y (w, z) en el plano cartesiano se puede hallar mediante la fórmula $d = \sqrt{(w - x)^2 + (z - y)^2}$. ¿Cuál es la distancia entre los puntos $(2, 1)$ y $(5, 3)$? Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

38. **Geología** Los tsunamis son grandes olas que se mueven en la profundidad de los océanos a gran velocidad. Cuando los tsunamis llegan a aguas poco profundas, la energía que poseen los mueve hacia arriba y los convierte en una fuerza destructora. La velocidad de un tsunami en metros por segundo se puede hallar mediante la función $f(x) = \sqrt{9.8x}$, donde x es la profundidad del agua en metros. Representa gráficamente esta función. Luego, halla la velocidad de un tsunami cuando la profundidad del agua es 500 metros.

39. **Astronomía** La *velocidad de escape* de un planeta es la velocidad inicial que un objeto debe tener para escapar de la gravedad del planeta. La velocidad de escape v en metros por segundo se puede hallar mediante la fórmula $v = \sqrt{2gr}$, donde g es la gravedad en la superficie del planeta y r es el radio del planeta. Halla la velocidad de escape de cada planeta de la tabla. Redondea tus respuestas al número natural más cercano.

Planeta	g (m/s^2)	r (m)
Mercurio	3.7	2.4×10^6
Venus	8.8	6.1×10^6
Tierra	9.8	6.4×10^6
Marte	3.7	3.4×10^6

40. **Geometría** El volumen V de un cilindro se puede hallar mediante la fórmula $V = \pi r^2 h$, donde r representa el radio del cilindro y h representa la altura. Halla el radio de un cilindro cuyo volumen es 1212 pulg^3 y cuya altura es 10 pulgadas. Usa 3.14 para π.



41. **Escríbelo** Explica cómo hallar el dominio de una función de raíz cuadrada. ¿Por qué el dominio no son todos los números reales?

42. **Varios pasos** Para la función $y = \sqrt{3(x - 5)}$, halla el valor de y que corresponda al menor valor posible para x.

43. **Razonamiento crítico** ¿Puede el rango de una función de raíz cuadrada ser todos los números reales? Explica.

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

44. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 854.

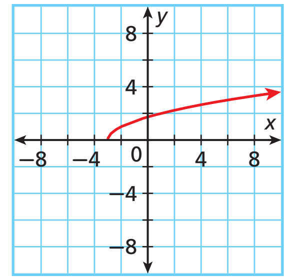
a. El juego Ocean Motion en el parque de diversiones Cedar Point de Ohio es un barco gigante que oscila como un péndulo. Si un péndulo está bajo la influencia de la gravedad solamente, entonces el tiempo en segundos que tarda en completar una oscilación hacia adelante y hacia atrás (lo que se llama el periodo del péndulo) es $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{32}}$, donde ℓ es la longitud del péndulo en pies. ¿Cuál es el dominio de esta función?

b. ¿Cuál es el periodo de un péndulo cuya longitud es 80 pies? Usa 3.14 para π y redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

c. La longitud del péndulo de Ocean Motion es aproximadamente 80 pies. ¿Crees que tu respuesta a la parte **b** es su periodo? Explica por qué.

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

45. ¿Qué función se representa en la gráfica de la derecha?



Ⓐ $f(x) = \sqrt{x+3}$ Ⓒ $f(x) = \sqrt{x-3}$

Ⓑ $f(x) = \sqrt{x} + 3$ Ⓓ $f(x) = \sqrt{x} - 3$

46. ¿Qué función tiene el dominio $x \geq 2$?

Ⓕ $y = \sqrt{2x}$ Ⓗ $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

Ⓖ $y = \sqrt{x+2}$ Ⓙ $y = \sqrt{x-2}$

47. La función $y = \sqrt{\frac{1}{5}x}$ da el tiempo aproximado y en segundos que un objeto tarda en caer al suelo desde una altura de x metros. ¿Aproximadamente cuánto tardará en caer al suelo un objeto que está a 25 metros de altura?

Ⓐ 11.2 segundos Ⓒ 2.2 segundos

Ⓑ 5 segundos Ⓓ 0.4 segundos

48. **Respuesta gráfica** Si $g(x) = \sqrt{4x} - 1$, ¿cuánto es $g(9)$?

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Halla el dominio de cada función.

49. $y = \sqrt{x^2 - 25}$ **50.** $y = \sqrt{x^2 + 5x + 6}$ **51.** $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 12}$

Halla el dominio y el rango de cada función.

52. $y = 2 - \sqrt{x+3}$ **53.** $y = 4 - \sqrt{3-x}$ **54.** $y = 6 - \sqrt{\frac{x}{2}}$

55. Da un ejemplo de una función de raíz cuadrada cuya gráfica esté arriba del eje x.

56. Da un ejemplo de una función de raíz cuadrada cuya gráfica esté en el cuadrante IV.

57. **Varios pasos** Justin tiene la función $y = 3 - \sqrt{2(x-5)}$ y $x = 2, 4, 5$ y 7. Él observa que dos de estos valores no están en el dominio de la función.

a. ¿Cuáles son los dos valores que no están en el dominio? ¿Cómo lo sabes?

b. ¿Cuáles son los valores de y para los dos valores dados de x que están en el dominio?

REPASO EN ESPIRAL

Escribe cada ecuación en forma de pendiente-intersección y luego representa gráficamente. *(Lección 5-7)*

58. $2y = 4x - 8$ **59.** $3x + 6y = 12$ **60.** $2x = -y - 9$

Halla cada producto. *(Lección 7-9)*

61. $(3x-1)^2$ **62.** $(2x-5)(2x+5)$ **63.** $(a - b^2c)^2$

64. $(x^2 + 2y)^2$ **65.** $(3r - 2s)(3r + 2s)$ **66.** $(a^3b^2 - c^4)(a^3b^2 + c^4)$

67. Blake invirtió $42,000 a una tasa de 5% que se ajusta trimestralmente. Representa esta situación con una función. Luego, halla el valor de la inversión de Blake después de 3 años. *(Lección 11-3)*

68. El plomo-209 tiene una vida media de aproximadamente 3.25 horas. Halla la cantidad de plomo-209 que queda de una muestra de 230 mg después de 1 día. Redondea tu respuesta al centésimo más cercano. *(Lección 11-3)*

11-5 Laboratorio de Tecnología

Representar gráficamente funciones radicales

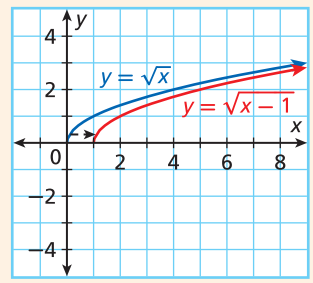
Puedes usar una calculadora gráfica para representar gráficamente funciones radicales o para comprobar rápidamente que una gráfica que dibujaste a mano es razonable.

Para usar con la Lección 11-5

Actividad

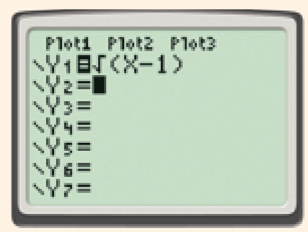
Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{x-1}$ sin usar una calculadora gráfica. Luego, representa gráficamente la misma función en una calculadora gráfica y compara.

1 La gráfica será un desplazamiento de la gráfica de la función madre $f(x) = \sqrt{x}$ una unidad hacia la derecha. Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{x}$ y luego desplaza la gráfica una unidad hacia la derecha.



2 Escribe la función en el editor **Y=**.

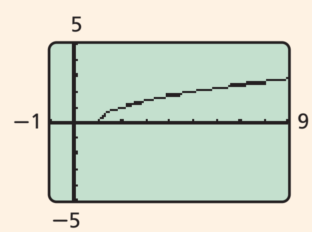
Y= **2nd** **$\sqrt{\ }$ x^2** **(** **X,T,θ,n** **−** **1** **)**



Oprime **WINDOW** y escribe -1 para **Xmin**, 9 para **Xmax**, -5 para **Ymin** y 5 para **Ymax**.

Oprime **GRAPH** y compara la gráfica de la pantalla con la gráfica hecha a mano.

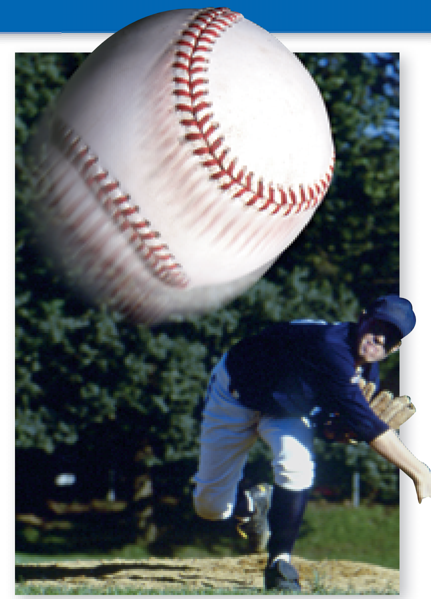
La gráfica de la pantalla indica que la gráfica hecha a mano es razonable.



Inténtalo

1. Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{x+3}$ sin usar una calculadora gráfica. Luego, representa gráficamente la misma función en una calculadora gráfica y compara.
2. Representa gráficamente $f(x) = \sqrt{x} - 2$ sin usar una calculadora gráfica. Luego, representa gráficamente la misma función en una calculadora gráfica y compara.
3. **Haz una conjetura** ¿Cómo crees que se compara la gráfica de $f(x) = \sqrt{x+1} + 4$ con la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$? Usa una calculadora gráfica para comprobar tu conjetura.
4. **Haz una conjetura** ¿Cómo crees que se compara la gráfica de $f(x) = 2\sqrt{x}$ con la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$? Usa una calculadora gráfica para comprobar tu conjetura.

11-6 Expresiones radicales



Objetivo
Simplificar expresiones radicales

Vocabulario
expresión radical
radicando

¿Para qué sirve?

Puedes usar una expresión radical para hallar la longitud de un lanzamiento en béisbol. (Ver Ejemplo 5)

Una expresión que contiene el signo de radical ($\sqrt{\ }$) es una **expresión radical.** Hay muchos tipos de expresiones radicales diferentes, pero en este capítulo sólo estudiarás las expresiones radicales que contienen raíces cuadradas.

Ejemplos de expresiones radicales:

$$\sqrt{14} \qquad \sqrt{\ell^2 + a^2} \qquad \sqrt{2gd} \qquad \frac{\sqrt{d}}{4} \qquad 5\sqrt{2} \qquad \sqrt{18}$$

La expresión bajo un signo de radical es el **radicando.** Un radicando puede contener números, variables o ambos. Puede contener un término o más de un término.

Nota ¡Aprende!

Mínima expresión de una expresión de raíz cuadrada

Una expresión que contiene raíces cuadradas está en su mínima expresión cuando

- el radicando no tiene factores de cuadrado perfecto que no sean 1.
- el radicando no tiene fracciones.
- no hay raíces cuadradas en ningún denominador.

Recuerda que los números positivos tienen dos raíces cuadradas, una positiva y una negativa. Sin embargo, $\sqrt{\ }$ indica una raíz cuadrada no negativa. Cuando simplifiques, asegúrate de que tu respuesta no sea negativa. Para simplificar $\sqrt{x^2}$, debes escribir $\sqrt{x^2} = |x|$, porque no sabes si x es positivo o negativo.

Las siguientes son algunas expresiones de raíz cuadrada simplificadas:

$$\sqrt{x^2} = |x| \qquad \sqrt{x^3} = x\sqrt{x} \qquad \sqrt{x^4} = x^2 \qquad \sqrt{x^5} = x^2\sqrt{x} \qquad \sqrt{x^6} = |x^3|$$

EJEMPLO 1 Simplificar expresiones de raíz cuadrada

Simplifica cada expresión.

A $\sqrt{\frac{2}{72}}$

$$\sqrt{\frac{2}{72}} = \sqrt{\frac{1}{36}}$$
$$= \frac{1}{6}$$

B $\sqrt{3^2 + 4^2}$

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$= 5$$

C $\sqrt{x^2 + 8x + 16}$

$$\sqrt{x^2 + 8x + 16} = \sqrt{(x+4)^2}$$
$$= |x + 4|$$

¡COMPRUÉBALO! **Simplifica cada expresión.**

1a. $\sqrt{\frac{256}{4}}$ **1b.** $\sqrt{40 + 9}$ **1c.** $\sqrt{5^2 + 12^2}$ **1d.** $\sqrt{(3 - x)^2}$

Nota ¡Aprende!

Propiedad del producto de raíces cuadradas

EN PALABRAS	CON NÚMEROS	EN ÁLGEBRA
Para números reales no negativos cualesquiera *a* y *b*, la raíz cuadrada de *ab* es igual a la raíz cuadrada de *a* por la raíz cuadrada de *b*.	$\sqrt{4(25)} = \sqrt{100} = 10$ $\sqrt{4(25)} = \sqrt{4}\sqrt{25} = 2(5) = 10$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, donde $a \geq 0$ y $b \geq 0$

EJEMPLO 2 Usar la propiedad del producto de raíces cuadradas

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

A $\sqrt{18}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9(2)}$ — *Descompón en factores el radicando usando cuadrados perfectos.*

$= \sqrt{9}\sqrt{2}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$= 3\sqrt{2}$ — *Simplifica.*

B $\sqrt{x^4y^3}$

$\sqrt{x^4y^3} = \sqrt{x^4}\sqrt{y^3}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$= \sqrt{x^4}\sqrt{y^2}\sqrt{y}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$= x^2y\sqrt{y}$ — *Como y es no negativo, $\sqrt{y^2} = y$.*

Pista útil

Cuando descompongas en factores el radicando, usa factores que sean cuadrados perfectos. En el Ejemplo 2A, podrías haber descompuesto en factores 18 como $6 \cdot 3$, pero esto no contiene ningún cuadrado perfecto.

¡COMPRUÉBALO! Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

2a. $\sqrt{128}$ **2b.** $\sqrt{x^3y^2}$ **2c.** $\sqrt{48a^2b}$

Nota ¡Aprende!

Propiedad del cociente de raíces cuadradas

EN PALABRAS	CON NÚMEROS	EN ÁLGEBRA
Para números reales cualesquiera *a* y *b* ($a \geq 0$ y $b > 0$), la raíz cuadrada de $\frac{a}{b}$ es igual a la raíz cuadrada de *a* dividida entre la raíz cuadrada de *b*.	$\sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$ $\sqrt{\frac{36}{4}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, donde $a \geq 0$ y $b > 0$

EJEMPLO 3 Usar la propiedad del cociente de raíces cuadradas

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

A $\sqrt{\frac{5}{9}}$

$\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}}$ — *Propiedad del cociente de raíces cuadradas*

$= \frac{\sqrt{5}}{3}$ — *Simplifica.*

B $\sqrt{\frac{a^5}{81a}}$

$\sqrt{\frac{a^5}{81a}} = \sqrt{\frac{a^4}{81}}$ — *Simplifica.*

$= \frac{\sqrt{a^4}}{\sqrt{81}}$ — *Propiedad del cociente de raíces cuadradas*

$= \frac{a^2}{9}$ — *Simplifica.*

¡COMPRUÉBALO! Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

3a. $\sqrt{\frac{12}{27}}$ **3b.** $\sqrt{\frac{36}{x^4}}$ **3c.** $\sqrt{\frac{y^6}{4}}$

EJEMPLO 4 Usar las propiedades del producto y el cociente juntas

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

A $\sqrt{\frac{80}{25}}$

$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{25}}$ *Propiedad del cociente de raíces cuadradas*

$\frac{\sqrt{16(5)}}{\sqrt{25}}$ *Escribe 80 como 16(5).*

$\frac{\sqrt{16}\sqrt{5}}{\sqrt{25}}$ *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ *Simplifica.*

B $\sqrt{\frac{4x^5}{9}}$

$\frac{\sqrt{4x^5}}{\sqrt{9}}$ *Propiedad del cociente de raíces cuadradas*

$\frac{\sqrt{4}\sqrt{x^5}}{\sqrt{9}}$ *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$\frac{\sqrt{4}\sqrt{x^4}\sqrt{x}}{\sqrt{9}}$

$\frac{2x^2\sqrt{x}}{3}$ *Simplifica.*

¡Atención!

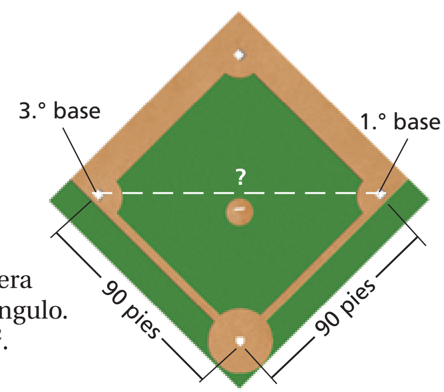
En la expresión $\frac{4\sqrt{5}}{5}$, $\sqrt{5}$ y 5 no son factores comunes. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ está completamente simplificada.

¡COMPRUÉBALO! Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

4a. $\sqrt{\frac{20}{49}}$ **4b.** $\sqrt{\frac{z^5}{25y^2}}$ **4c.** $\sqrt{\frac{p^6}{q^{10}}}$

EJEMPLO 5 *Aplicación a los deportes*

Un diamante o campo de béisbol es un cuadrado con lados de 90 pies. ¿Qué distancia recorre un lanzamiento desde la tercera base a la primera base? Da la respuesta como una expresión radical en su mínima expresión. Luego, estima la longitud al décimo de pie más cercano.



La distancia desde la tercera base a la primera base es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Aplica el teorema de Pitágoras: $c^2 = a^2 + b^2$.

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ *Despeja c.*

$= \sqrt{(90)^2 + (90)^2}$ *Sustituye a y b por 90.*

$= \sqrt{8100 + 8100}$ *Simplifica.*

$= \sqrt{16{,}200}$

$= \sqrt{100(81)(2)}$ *Descompón en factores 16,200 usando cuadrados perfectos.*

$= \sqrt{100}\sqrt{81}\sqrt{2}$ *Usa la propiedad del producto de raíces cuadradas.*

$= 10(9)\sqrt{2}$

$= 90\sqrt{2}$ *Simplifica.*

≈ 127.3 *Usa una calculadora y redondea al décimo más cercano.*

La distancia es $90\sqrt{2}$, o aproximadamente 127.3, pies.

¡COMPRUÉBALO!

5. Un diamante de softbol es un cuadrado con lados de 60 pies. ¿Qué distancia recorre un lanzamiento desde la tercera base a la primera base en softbol? Da la respuesta como una expresión radical en su mínima expresión. Luego, estima la longitud al décimo de pie más cercano.

RAZONAR Y COMENTAR

1. Muestra dos formas de evaluar $\sqrt{16(9)}$.
2. Muestra dos formas de evaluar $\sqrt{\frac{100}{4}}$.
3. **ORGANÍZATE** Copia y completa el organizador gráfico. En cada recuadro, escribe la propiedad y da un ejemplo.

Nota ¡Aprende!

	Propiedad del producto de raíces cuadradas	Propiedad del cociente de raíces cuadradas
En palabras		
Ejemplo		

11-6 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-6
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. **Vocabulario** ¿Cuál es el *radicando* en la expresión $\sqrt{3x-6}+7$?

VER EJEMPLO 1 pág. 829

Simplifica cada expresión.

2. $\sqrt{81}$
3. $\sqrt{\frac{98}{2}}$
4. $\sqrt{(a+7)^2}$

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

VER EJEMPLO 2 pág. 830

5. $\sqrt{180}$
6. $\sqrt{40}$
7. $\sqrt{648}$
8. $\sqrt{m^5n^3}$
9. $\sqrt{32x^4y^3}$
10. $\sqrt{200a^2b}$

VER EJEMPLO 3 pág. 830

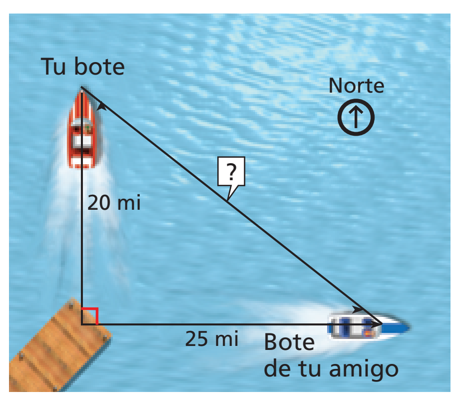
11. $\sqrt{\frac{17}{25}}$
12. $\sqrt{\frac{7}{16}}$
13. $\sqrt{\frac{6}{49}}$
14. $\sqrt{\frac{b}{c^2}}$
15. $\sqrt{\frac{4x^2}{36x}}$
16. $\sqrt{\frac{7a^4}{9a^3}}$

VER EJEMPLO 4 pág. 831

17. $\sqrt{\frac{108}{49}}$
18. $\sqrt{\frac{204}{25}}$
19. $\sqrt{\frac{512}{81}}$
20. $\sqrt{\frac{1}{36x^2}}$
21. $\sqrt{\frac{50x^2}{169}}$
22. $\sqrt{\frac{72x^7}{4x^4}}$

VER EJEMPLO 5 pág. 831

23. **Recreación** Tu bote viaja hacia el norte desde un muelle. El bote de tu amigo partió al mismo tiempo desde el mismo muelle y se dirige hacia el este. Después de una hora, tu amigo te llama y dice que se ha detenido por un problema en el motor. ¿Qué distancia debes recorrer para alcanzar a tu amigo? Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión. Luego, estima la distancia a la milla más cercana.



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
24–31	1
32–35	2
36–39	3
40–43	4
44	5

Práctica adicional

Práctica de destrezas, pág. E25
Práctica de aplicación, pág. E38

Simplifica.

24. $\sqrt{100}$ **25.** $\sqrt{\frac{800}{2}}$ **26.** $\sqrt{3^2 + 4^2}$ **27.** $\sqrt{3 \cdot 27}$

28. $\sqrt{a^4}$ **29.** $\sqrt{(x+1)^2}$ **30.** $\sqrt{(5-x)^2}$ **31.** $\sqrt{(x-3)^2}$

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

32. $\sqrt{125}$ **33.** $\sqrt{4000}$ **34.** $\sqrt{216a^2b^2}$ **35.** $\sqrt{320r^2s^2}$

36. $\sqrt{\frac{15}{64}}$ **37.** $\sqrt{\frac{45}{4}}$ **38.** $\sqrt{\frac{64a^4}{4a^6}}$ **39.** $\sqrt{\frac{14z^3}{9z^3}}$

40. $\sqrt{\frac{128}{81}}$ **41.** $\sqrt{\frac{x^3}{y^6}}$ **42.** $\sqrt{\frac{150}{196x^2}}$ **43.** $\sqrt{\frac{192s^3}{49s}}$

44. Parques de diversiones Un juego de un parque de diversiones lleva a los pasajeros 160 pies hacia arriba y luego los deja caer en caída libre. El tiempo t en segundos que tarda un objeto en caída libre en llegar al suelo es $t = \sqrt{\frac{d}{16}}$, donde d es la distancia de la caída en pies. ¿Cuánto tardarán los pasajeros en llegar al suelo? Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión. Luego, estima la respuesta al décimo de segundo más cercano.

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

45. $-4\sqrt{75}$ **46.** $-\sqrt{80}$ **47.** $5x\sqrt{63}$ **48.** $3\sqrt{48x}$

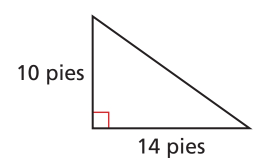
49. $2\sqrt{\frac{x^2}{4}}$ **50.** $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{25}}$ **51.** $3x\sqrt{\frac{x^5}{81}}$ **52.** $\frac{12}{x}\sqrt{\frac{x^2y}{36}}$

Usa la propiedad del producto o la propiedad del cociente de raíces cuadradas para escribir cada expresión como una sola raíz cuadrada. Luego, simplifica si es posible.

53. $\sqrt{12}\sqrt{3}$ **54.** $\sqrt{18}\sqrt{8}$ **55.** $\sqrt{10}\sqrt{5}$ **56.** $\sqrt{8}\sqrt{14}$

57. $\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}$ **58.** $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$ **59.** $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{3}}$ **60.** $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{9}}$

61. Varios pasos ¿Cuántos pies enteros de cerca se necesitarían para cercar el jardín triangular del esquema de la derecha? Explica tu respuesta.



62. Escríbelo Escribe una serie de pasos que podrías usar para simplificar $\sqrt{\frac{28}{49}}$.

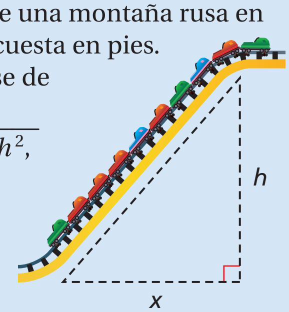
Preparación de varios pasos para la prueba

63. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 854.

a. El componente vertical de la velocidad en pies por segundo de una montaña rusa en la base de una cuesta es $v = \sqrt{64h}$, donde h es la altura de la cuesta en pies. Simplifica esta expresión. Luego, estima la velocidad en la base de una cuesta de 137 pies.

b. La distancia a lo largo de la pista de una cuesta es $d = \sqrt{x^2 + h^2}$, donde x es la distancia horizontal a lo largo del suelo y h es la altura de la cuesta. ¿De dónde proviene esta ecuación?

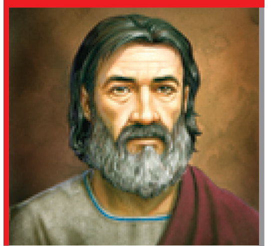
c. Para la cuesta de la parte **a**, la distancia horizontal a lo largo del suelo es 103 pies. ¿Cuál es la distancia a lo largo de la pista? Redondea tu respuesta al décimo más cercano.



64. Razonamiento crítico La propiedad del producto de raíces cuadradas indica que $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, donde $a \geq 0$ y $b \geq 0$. ¿Por qué a y b deben ser mayores que o iguales a cero?

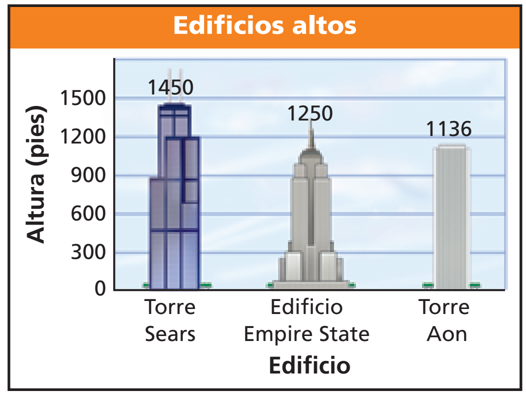
CONEXIÓN

Historia de las matemáticas



Herón de Alejandría, Egipto, también llamado Hero, vivió alrededor del año 60 d. C. La fórmula de Herón del área de un triángulo se puede hallar en el Libro I de su *Métrica.*

65. Arquitectura La fórmula $d = \frac{\sqrt{6h}}{3}$ estima la distancia d en millas que una persona puede ver hacia el horizonte desde h pies de altura sobre el nivel del suelo. Halla la distancia que podrías ver hacia el horizonte desde la parte superior de cada edificio de la gráfica. Da tus respuestas como expresiones radicales en su mínima expresión y como estimaciones al décimo de milla más cercano.



66. Historia de las matemáticas La fórmula de Herón del área A de un triángulo es $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, donde a, b y c son las longitudes de los lados y $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$. Halla el área de un triángulo con longitudes de lado de 7 m, 9 m y 12 m. Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión y como una estimación al décimo más cercano.

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

67. ¿Qué expresión está en su mínima expresión?

Ⓐ $\sqrt{49}$ Ⓑ $\sqrt{48}$ Ⓒ $\sqrt{35}$ Ⓓ $\sqrt{36}$

68. ¿Qué expresión es igual a $\sqrt{60}$?

Ⓕ $2\sqrt{15}$ Ⓖ $6\sqrt{10}$ Ⓗ $15\sqrt{2}$ Ⓙ $10\sqrt{60}$

69. ¿Cuánto mide la diagonal de un cuadrado cuya área es 100 pies cuadrados?

Ⓐ $2\sqrt{10}$ pies Ⓑ 10 pies Ⓒ $10\sqrt{2}$ pies Ⓓ 20 pies

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

70. $\sqrt{4x + 16}$ **71.** $\sqrt{x^3 + x^2}$ **72.** $\sqrt{9x^3 - 18x^2}$

73. Sea x un número real cualquiera (incluyendo números negativos). Simplifica cada una de las siguientes expresiones usando símbolos de valor absoluto cuando sea necesario.

a. $\sqrt{x^2}$ **b.** $\sqrt{x^4}$ **c.** $\sqrt{x^6}$ **d.** $\sqrt{x^8}$ **e.** $\sqrt{x^{10}}$

f. Para cualquier entero no negativo n, $\sqrt{x^{2n}} = \square$ si n es par y $\sqrt{x^{2n}} = \square$ si n es impar.

REPASO EN ESPIRAL

Indica si cada relación es una variación directa. Explica. *(Lección 5-6)*

74.

x	2	3	4
y	12	18	24

75.

x	2	3	4
y	−6	−5	−4

76. Escribe una ecuación en forma de pendiente-intersección para la línea que pasa por $(3, 1)$ y $(2, -5)$. *(Lección 5-7)*

Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos? *(Lección 11-4)*

77. $\{(-3, 16), (-2, 8), (0, 2), (1, 1), (3, 0.25)\}$

78. $\{(-5, 15), (-2, -6), (0, -10), (3, -1), (4, 6)\}$

11-7 Cómo sumar y restar expresiones radicales

Objetivo
Sumar y restar expresiones radicales

Vocabulario
radicales semejantes

¿Para qué sirve?
Puedes sumar o restar expresiones radicales para hallar un perímetro. (Ver Ejemplo 3)

Las expresiones de raíz cuadrada con el mismo radicando son ejemplos de **radicales semejantes.**

Radicales semejantes	$2\sqrt{5}$ y $4\sqrt{5}$	$6\sqrt{x}$ y $-2\sqrt{x}$	$3\sqrt{4t}$ y $\sqrt{4t}$
Radicales distintos	2 y $\sqrt{15}$	$6\sqrt{x}$ y $\sqrt{6x}$	$3\sqrt{2}$ y $2\sqrt{3}$

Los radicales semejantes se pueden combinar mediante la suma o la resta. Puedes usar la propiedad distributiva para mostrar cómo se hace esto:

$$2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (2 + 4)\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

$$6\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = (6 - 2)\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$$

Observa que puedes combinar radicales semejantes si sumas o restas los números multiplicados por el radical y mantienes el mismo radical.

EJEMPLO 1 **Sumar y restar expresiones de raíz cuadrada**

Suma o resta.

A $3\sqrt{7} + 8\sqrt{7}$

$3\sqrt{7} + 8\sqrt{7}$ *Los términos son radicales semejantes.*

$11\sqrt{7}$

B $9\sqrt{y} - \sqrt{y}$

$9\sqrt{y} - 1\sqrt{y}$ *$\sqrt{y} = 1\sqrt{y}$; los términos son radicales semejantes.*

$8\sqrt{y}$

C $12\sqrt{2} - 4\sqrt{11}$

$12\sqrt{2} - 4\sqrt{11}$ *Los términos son radicales distintos. No los combines.*

D $-8\sqrt{3d} + 6\sqrt{2d} + 10\sqrt{3d}$

$-8\sqrt{3d} + 6\sqrt{2d} + 10\sqrt{3d}$ *Identifica los radicales semejantes.*

$2\sqrt{3d} + 6\sqrt{2d}$ *Combina los radicales semejantes.*

Pista útil

Combinar radicales semejantes es similar a combinar términos semejantes.

$2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

$2x + 4x = 6x$

¡COMPRUÉBALO! **Suma o resta.**

1a. $5\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$ **1b.** $8\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

1c. $4\sqrt{n} + 4\sqrt{n}$ **1d.** $\sqrt{2s} - \sqrt{5s} + 9\sqrt{5s}$

A veces, los radicales no parecen semejantes hasta que se simplifican. Simplifica todos los radicales de una expresión antes de intentar identificar los radicales semejantes.

EJEMPLO 2 Simplificar antes de sumar o restar

Simplifica cada expresión.

A $\sqrt{12} + \sqrt{27}$

$\sqrt{4(3)} + \sqrt{9(3)}$ — *Descompón en factores los radicandos usando cuadrados perfectos.*

$\sqrt{4}\sqrt{3} + \sqrt{9}\sqrt{3}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ — *Simplifica.*

$5\sqrt{3}$ — *Combina los radicales semejantes.*

B $3\sqrt{8} + \sqrt{45}$

$3\sqrt{4(2)} + \sqrt{9(5)}$ — *Descompón en factores los radicandos usando cuadrados perfectos.*

$3\sqrt{4}\sqrt{2} + \sqrt{9}\sqrt{5}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$3(2)\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ — *Simplifica.*

$6\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ — *Los términos son radicales distintos. No los combines.*

C $5\sqrt{28x} - 8\sqrt{7x}$

$5\sqrt{4(7x)} - 8\sqrt{7x}$ — *Descompón en factores 28x usando un cuadrado perfecto.*

$5\sqrt{4}\sqrt{7x} - 8\sqrt{7x}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$5(2)\sqrt{7x} - 8\sqrt{7x}$ — *Simplifica.*

$10\sqrt{7x} - 8\sqrt{7x}$

$2\sqrt{7x}$ — *Combina los radicales semejantes.*

D $\sqrt{125b} + 3\sqrt{20b} - \sqrt{45b}$

$\sqrt{25(5b)} + 3\sqrt{4(5b)} - \sqrt{9(5b)}$ — *Descompón en factores los radicandos usando cuadrados perfectos.*

$\sqrt{25}\sqrt{5b} + 3\sqrt{4}\sqrt{5b} - \sqrt{9}\sqrt{5b}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$5\sqrt{5b} + 3(2)\sqrt{5b} - 3\sqrt{5b}$ — *Simplifica.*

$5\sqrt{5b} + 6\sqrt{5b} - 3\sqrt{5b}$

$8\sqrt{5b}$ — *Combina los radicales semejantes.*

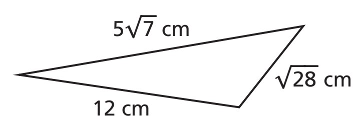
¡Recuerda!

Cuando escribas un radicando como un producto, haz que al menos un factor sea un cuadrado perfecto.

¡COMPRUÉBALO! **Simplifica cada expresión.**

2a. $\sqrt{54} + \sqrt{24}$ **2b.** $4\sqrt{27} - \sqrt{18}$ **2c.** $\sqrt{12y} + \sqrt{27y}$

EJEMPLO 3 *Aplicación a la Geometría*



Halla el perímetro del triángulo. Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión.

$12 + 5\sqrt{7} + \sqrt{28}$ — *Escribe una expresión para el perímetro.*

$12 + 5\sqrt{7} + \sqrt{4(7)}$ — *Descompón en factores 28 usando un cuadrado perfecto.*

$12 + 5\sqrt{7} + \sqrt{4}\sqrt{7}$ — *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$12 + 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$ — *Simplifica.*

$12 + 7\sqrt{7}$ — *Combina los radicales semejantes.*

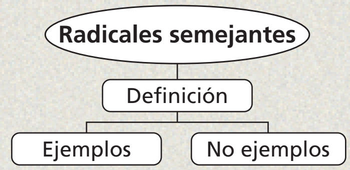
El perímetro es $\left(12 + 7\sqrt{7}\right)$ cm.

¡COMPRUÉBALO! **3.** Halla el perímetro de un rectángulo cuya longitud es $2\sqrt{b}$ pulgadas y cuyo ancho es $3\sqrt{b}$ pulgadas. Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión.

RAZONAR Y COMENTAR

1. Ordena las siguientes expresiones en dos grupos de radicales semejantes: $2\sqrt{6}$, $6\sqrt{5}$, $\sqrt{600}$, $\sqrt{150}$, $-\sqrt{20}$, $\sqrt{5}$.
2. Indica por qué debes simplificar los radicales cuando sumas y restas expresiones con radicales.
3. **ORGANÍZATE** Copia y completa el organizador gráfico.

Nota ¡Aprende!



11-7 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-7
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. **Vocabulario** Da un ejemplo de *radicales semejantes*.

VER EJEMPLO 1 pág. 835

Suma o resta.

2. $14\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
3. $9\sqrt{5} + \sqrt{5}$
4. $6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 15\sqrt{2}$
5. $3\sqrt{7} + 5\sqrt{2}$
6. $5\sqrt{a} - 9\sqrt{a}$
7. $9\sqrt{6a} + 6\sqrt{5a} - 4\sqrt{6a}$

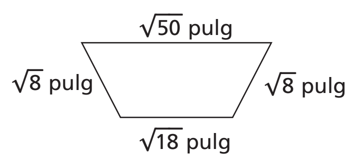
VER EJEMPLO 2 pág. 836

Simplifica cada expresión.

8. $\sqrt{32} - \sqrt{8}$
9. $4\sqrt{12} + \sqrt{75}$
10. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - \sqrt{27}$
11. $\sqrt{20x} - \sqrt{45x}$
12. $\sqrt{28c} + 9\sqrt{24c}$
13. $\sqrt{50t} - 2\sqrt{12t} + 3\sqrt{2t}$

VER EJEMPLO 3 pág. 836

14. **Geometría** Halla el perímetro del trapecio que se muestra. Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión.



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
15–20	1
21–29	2
30	3

Práctica adicional

Práctica de destrezas, pág. E25
Práctica de aplicación, pág. E38

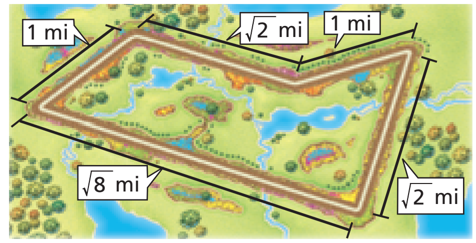
Suma o resta.

15. $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
16. $\frac{1}{2}\sqrt{72} - 12$
17. $2\sqrt{11} + \sqrt{11} - 6\sqrt{11}$
18. $6\sqrt{7} + 7\sqrt{6}$
19. $-3\sqrt{n} - \sqrt{n}$
20. $2\sqrt{2y} + 3\sqrt{2y} - 2\sqrt{3y}$

Simplifica cada expresión.

21. $\sqrt{175} + \sqrt{28}$
22. $2\sqrt{80} - \sqrt{20}$
23. $5\sqrt{8} - \sqrt{32} + 2\sqrt{18}$
24. $\sqrt{150r} + \sqrt{54r}$
25. $\sqrt{63x} - 4\sqrt{27x}$
26. $\sqrt{48p} + 3\sqrt{18p} - 2\sqrt{27p}$
27. $\sqrt{180j} - \sqrt{45j}$
28. $3\sqrt{90c} - \sqrt{40c}$
29. $2\sqrt{75m} - \sqrt{12m} - \sqrt{108m}$

30. **Estado físico** ¿Cuál es la longitud total del sendero para correr? Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión.



Simplifica cada expresión.

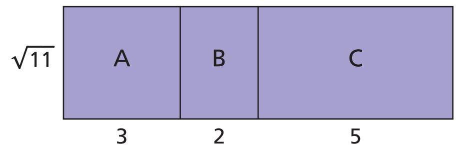
31. $5\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$ **32.** $18\sqrt{ab} - 10\sqrt{ab}$

33. $-3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ **34.** $\sqrt{98} + \sqrt{128}$

35. $\sqrt{300} - \sqrt{27}$ **36.** $\sqrt{45x} + \sqrt{500x}$

37. $\frac{5}{2}\sqrt{8} + \frac{\sqrt{32}}{2}$ **38.** $\frac{1}{6}\sqrt{18} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

39. **Geometría** Usa el diagrama para responder las siguientes preguntas:



a. ¿Cuál es el área de la sección A? ¿De la sección B? ¿De la sección C?

b. ¿Cuál es el área combinada de las tres secciones?

c. Explica cómo se relaciona este modelo con la suma de radicales semejantes.

Simplifica cada expresión.

40. $\sqrt{450ab} - \sqrt{50ab}$ **41.** $\sqrt{12} + \sqrt{125} + \sqrt{25}$

42. $\sqrt{338} - \sqrt{18}$ **43.** $\sqrt{700x} - \sqrt{28x} - \sqrt{70x}$

44. $-3\sqrt{90} - 3\sqrt{160}$ **45.** $7\sqrt{80k} + 2\sqrt{20k} + \sqrt{45k}$

46. $\sqrt{24abc} + \sqrt{600abc}$ **47.** $\sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{27} + \sqrt{45}$

48. **ANÁLISIS DE ERRORES** ¿Qué expresiones se simplificaron incorrectamente? Explica el error en cada simplificación incorrecta.

A
$4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$
$9\sqrt{10}$

B
$8\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$
$\sqrt{3}$

C
$7\sqrt{11} - 3\sqrt{6}$
$4\sqrt{5}$

49. **Escríbelo** Indica cómo identificar radicales semejantes. Da ejemplos y no ejemplos de radicales semejantes en tu respuesta.

Completa cada recuadro para que cada enunciado sea verdadero.

50. $5\sqrt{ab} + 2\sqrt{\square} - 3\sqrt{a} = 7\sqrt{ab} - 3\sqrt{a}$ **51.** $4\sqrt{x} - \sqrt{\square x} = \sqrt{x}$

52. $5\sqrt{2} - \sqrt{\square} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ **53.** $\sqrt{\square} + 8\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

54. $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{\square} = 9\sqrt{3}$ **55.** $2x - \sqrt{\square} = -4x$

Preparación de varios pasos para la prueba

BOLETO INDIVIDUAL

56. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 854.

a. La primera rueda de la fortuna fue diseñada por George W. Ferris y presentada en la Feria Mundial de Chicago de 1893. El diámetro medía 250 pies. ¿Cuánto medía el radio?

b. Para un pasajero de una rueda que está en la mitad del ascenso, la distancia desde el punto de abordaje se puede hallar mediante la ecuación $d = \sqrt{2r^2}$, donde r es el radio de la rueda. Explica de dónde proviene esta ecuación. (*Pista:* haz un dibujo).

57. **Varios pasos** El área de un cuadrado es 48 pulg^2. El área de otro cuadrado es 12 pulg^2. Escribe una expresión radical simplificada para el perímetro de cada cuadrado. Luego, escribe una expresión radical simplificada para los perímetros combinados de los dos cuadrados.

58. **Razonamiento crítico** ¿En qué se parecen los radicales semejantes a los términos semejantes?

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

59. ¿Cuál de las siguientes expresiones NO se puede simplificar?

Ⓐ $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ Ⓒ $2\sqrt{8} + 3\sqrt{2}$

Ⓑ $5\sqrt{6} + 6\sqrt{5}$ Ⓓ $3\sqrt{12} + \sqrt{27}$

60. ¿Qué opción es $-5\sqrt{7x} + 6\sqrt{7x}$?

Ⓕ $\sqrt{7x}$ Ⓖ $\sqrt{14x^2}$ Ⓗ $\sqrt{14x}$ Ⓙ $7x$

61. ¿Qué opción es $\sqrt{18} - \sqrt{2}$?

Ⓐ $2\sqrt{2}$ Ⓑ 4 Ⓒ $4\sqrt{2}$ Ⓓ $8\sqrt{2}$

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Simplifica. Todos los radicandos representan números no negativos.

62. $5\sqrt{x-5} + 2\sqrt{x-5}$

63. $x\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

64. $4\sqrt{x-3} + \sqrt{25x-75}$

65. $2\sqrt{x+7} - \sqrt{4x+28}$

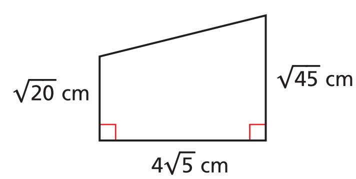
66. $\sqrt{4x^3 + 24x^2} + \sqrt{x^3 + 6x^2}$

67. $\sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{4x - 4}$

68. $\sqrt{x^3 + 2x^2} - \sqrt{x+2}$

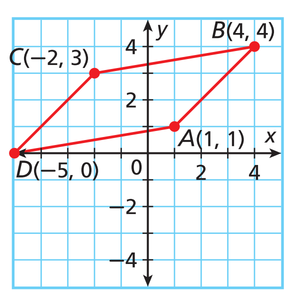
69. $\sqrt{9x+9} - \sqrt{x^3 + 2x^2}$

70. **Geometría** Halla el área del trapecio. Usa la fórmula $A = \frac{1}{2}h\left(b_1 + b_2\right)$.

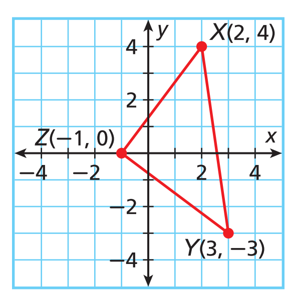


REPASO EN ESPIRAL

71. Usa la pendiente para mostrar que *ABCD* es un paralelogramo. *(Lección 5-9)*



72. Usa la pendiente para mostrar que *XYZ* es un triángulo rectángulo. *(Lección 5-9)*



73. Se lanzan un dado y una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que el dado caiga en 6 y la moneda caiga cara? *(Lección 10-7)*

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada. *(Lección 11-5)*

74. $y = \sqrt{4x-2}$

75. $y = -2\sqrt{x+3}$

76. $y = 1 + \sqrt{x+6}$

11-8 Cómo multiplicar y dividir expresiones radicales

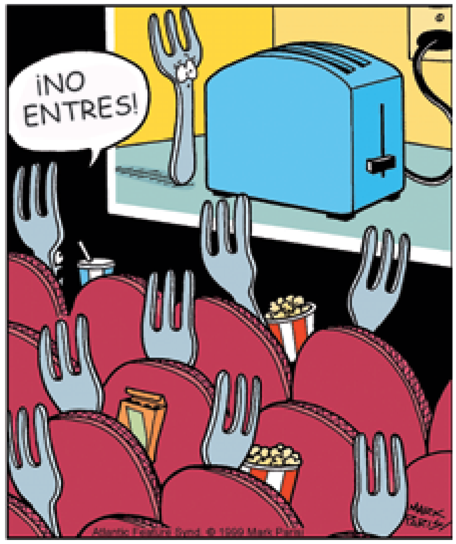
Objetivos

Multiplicar y dividir expresiones radicales

Racionalizar denominadores

¿Quién lo usa?

Los electricistas pueden dividir expresiones radicales para hallar cuánta corriente pasa por un aparato eléctrico. (Ver Ejercicio 64)



Off the Mark. Caricatura, derechos de autor registrados por Mark Parisi, publicado con permiso.

Puedes usar las propiedades del producto y del cociente de raíces cuadradas que aprendiste para multiplicar y dividir expresiones que contienen raíces cuadradas.

EJEMPLO 1 Multiplicar raíces cuadradas

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

A $\sqrt{3}\sqrt{6}$

$\sqrt{3(6)}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$\sqrt{18}$	*Multiplica los factores del radicando.*
$\sqrt{9(2)}$	*Descompón en factores 18 usando un factor de cuadrado perfecto.*
$\sqrt{9}\sqrt{2}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$3\sqrt{2}$	*Simplifica.*

B $\left(5\sqrt{3}\right)^2$

$5\sqrt{3}\cdot 5\sqrt{3}$	*Desarrolla la expresión.*
$5(5)\sqrt{3}\sqrt{3}$	*Propiedad conmutativa de la multiplicación*
$25\sqrt{3(3)}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$25\sqrt{9}$	*Simplifica el radicando.*
$25(3)$	*Simplifica la raíz cuadrada.*
75	*Multiplica.*

C $2\sqrt{8x}\sqrt{4x}$

$2\sqrt{8x(4x)}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$2\sqrt{32x^2}$	*Multiplica los factores del radicando.*
$2\sqrt{16(2)x^2}$	*Descompón en factores 32 usando un factor de cuadrado perfecto.*
$2\sqrt{16}\sqrt{2}\sqrt{x^2}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$2(4)\sqrt{2}(x)$	
$8x\sqrt{2}$	

Pista útil

En el Ejemplo 1C, $\sqrt{8x}$ y $\sqrt{4x}$ representan números reales sólo si $x \geq 0$. Por lo tanto, en este caso, $\sqrt{x^2} = x$.

¡COMPRUÉBALO! **Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.**

1a. $\sqrt{5}\sqrt{10}$ **1b.** $\left(3\sqrt{7}\right)^2$ **1c.** $\sqrt{2m}\sqrt{14m}$

EJEMPLO 2 Usar la propiedad distributiva

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

A $\sqrt{2}\left(5+\sqrt{12}\right)$

$\sqrt{2}\left(5+\sqrt{12}\right)$	
$\sqrt{2}(5)+\sqrt{2}\sqrt{12}$	*Distribuye $\sqrt{2}$.*
$5\sqrt{2}+\sqrt{2(12)}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$5\sqrt{2}+\sqrt{24}$	*Multiplica los factores del segundo radicando.*
$5\sqrt{2}+\sqrt{4(6)}$	*Descompón en factores 24 usando un factor de cuadrado perfecto.*
$5\sqrt{2}+\sqrt{4}\sqrt{6}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$5\sqrt{2}+2\sqrt{6}$	*Simplifica.*

B $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

$\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$	
$\sqrt{3}\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{5}$	*Distribuye $\sqrt{3}$.*
$\sqrt{3(3)}-\sqrt{3(5)}$	*Propiedad del producto de raíces cuadradas*
$\sqrt{9}-\sqrt{15}$	*Simplifica los radicandos.*
$3-\sqrt{15}$	*Simplifica.*

¡COMPRUÉBALO! **Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.**

2a. $\sqrt{6}\left(\sqrt{8}-3\right)$ **2b.** $\sqrt{5}\left(\sqrt{10}+4\sqrt{3}\right)$

2c. $\sqrt{7k}\left(\sqrt{7}-5\right)$ **2d.** $5\sqrt{5}\left(-4+6\sqrt{5}\right)$

¡Recuerda!

Método FOIL:
Primeros términos
Términos externos
Términos internos
Últimos términos

Ver Lección 7-8

En el Capítulo 7, aprendiste a multiplicar binomios usando el método FOIL. Puedes usar el mismo método para multiplicar expresiones de raíz cuadrada que contengan dos términos.

F L I O

$$\left(4+\sqrt{3}\right)\left(5+\sqrt{3}\right)=4(5)+\underbrace{4\sqrt{3}+5\sqrt{3}}+\sqrt{3}\sqrt{3}$$
$$=20\qquad+9\sqrt{3}\qquad+3\qquad=\qquad 23+9\sqrt{3}$$

EJEMPLO 3 Multiplicar sumas y diferencias de radicales

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

A $\left(4+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)$

$12-4\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5$	*Usa el método FOIL.*
$7-\sqrt{5}$	*Simplifica combinando términos semejantes.*

B $\left(\sqrt{7}-5\right)^2$

$\left(\sqrt{7}-5\right)\left(\sqrt{7}-5\right)$	*Desarrolla la expresión.*
$7-5\sqrt{7}-5\sqrt{7}+25$	*Usa el método FOIL.*
$32-10\sqrt{7}$	*Simplifica combinando términos semejantes.*

¡COMPRUÉBALO! **Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.**

3a. $\left(3+\sqrt{3}\right)\left(8-\sqrt{3}\right)$ **3b.** $\left(9+\sqrt{2}\right)^2$

3c. $\left(3-\sqrt{2}\right)^2$ **3d.** $\left(4-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+5\right)$

Un cociente con una raíz cuadrada en el denominador **no** está simplificado. Para simplificar estas expresiones, multiplica por una forma de 1 para obtener un radicando de cuadrado perfecto en el denominador. Esto se llama *racionalizar el denominador.*

EJEMPLO 4 Racionalizar el denominador

Simplifica cada cociente.

A $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

$\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)$ *Multiplica por una forma de 1 para obtener un radicando de cuadrado perfecto en el denominador.*

$\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{4}}$ *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ *Simplifica el denominador.*

B $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{8n}}$

$\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{4(2n)}}$ *Escribe 8n usando un factor de cuadrado perfecto.*

$\dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2n}}$ *Simplifica el denominador.*

$\dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2n}}\left(\dfrac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2n}}\right)$ *Multiplica por una forma de 1 para obtener un radicando de cuadrado perfecto en el denominador.*

$\dfrac{\sqrt{14n}}{2\sqrt{4n^2}}$ *Propiedad del producto de raíces cuadradas*

$\dfrac{\sqrt{14n}}{2(2n)}$ *Simplifica la raíz cuadrada en el denominador.*

$\dfrac{\sqrt{14n}}{4n}$ *Simplifica el denominador.*

Pista útil

Usa la raíz cuadrada del denominador para hallar la forma adecuada de 1 para la multiplicación.

¡COMPRUÉBALO! **Simplifica cada cociente.**

4a. $\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}}$ **4b.** $\dfrac{\sqrt{7a}}{\sqrt{12}}$ **4c.** $\dfrac{2\sqrt{80}}{\sqrt{7}}$

RAZONAR Y COMENTAR

Nota ¡Aprende!

1. Explica por qué multiplicar $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ por $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ no cambia el valor de $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

2. ORGANÍZATE Copia y completa el organizador gráfico. En cada recuadro, da un ejemplo y muestra cómo simplificarlo.

Cómo multiplicar expresiones radicales

Multiplicar dos raíces cuadradas	Usar la propiedad distributiva	Usar el método FOIL

11-8 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-8
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

VER EJEMPLO 1
pág. 840

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

1. $\sqrt{2}\sqrt{3}$ **2.** $\sqrt{3}\sqrt{8}$ **3.** $\left(5\sqrt{5}\right)^2$

4. $\left(\sqrt{2}\right)^2$ **5.** $3\sqrt{3a}\sqrt{10}$ **6.** $2\sqrt{15p}\sqrt{3p}$

VER EJEMPLO 2
pág. 841

7. $\sqrt{6}\left(2+\sqrt{7}\right)$ **8.** $\sqrt{3}\left(5-\sqrt{3}\right)$ **9.** $\sqrt{7}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

10. $\sqrt{2}\left(\sqrt{10}+8\sqrt{2}\right)$ **11.** $\sqrt{5y}\left(\sqrt{15}+4\right)$ **12.** $\sqrt{2t}\left(\sqrt{6t}-\sqrt{2t}\right)$

VER EJEMPLO 3
pág. 841

13. $\left(2+\sqrt{2}\right)\left(5+\sqrt{2}\right)$ **14.** $\left(4+\sqrt{6}\right)\left(3-\sqrt{6}\right)$ **15.** $\left(\sqrt{3}-4\right)\left(\sqrt{3}+2\right)$

16. $\left(5+\sqrt{3}\right)^2$ **17.** $\left(\sqrt{6}-5\sqrt{3}\right)^2$ **18.** $\left(6+3\sqrt{2}\right)^2$

VER EJEMPLO 4
pág. 842

Simplifica cada cociente.

19. $\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{2}}$ **20.** $\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{8}}$ **21.** $\dfrac{\sqrt{11}}{6\sqrt{3}}$ **22.** $\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{3s}}$

23. $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$ **24.** $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$ **25.** $\dfrac{1}{\sqrt{5x}}$ **26.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{x}}$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
27–32	1
33–38	2
39–44	3
45–52	4

Práctica adicional

Práctica de destrezas, pág. E25
Práctica de aplicación, pág. E38

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

27. $\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{6}$ **28.** $3\sqrt{6}\left(5\sqrt{6}\right)$ **29.** $\left(2\sqrt{2}\right)^2$

30. $\left(3\sqrt{6}\right)^2$ **31.** $\sqrt{21d}\left(2\sqrt{3d}\right)$ **32.** $4\sqrt{5n}\left(2\sqrt{5n}\right)\left(3\sqrt{3n}\right)$

33. $\sqrt{5}\left(4-\sqrt{10}\right)$ **34.** $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+2\right)$ **35.** $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{10}\right)$

36. $3\sqrt{3}\left(\sqrt{8}-2\sqrt{6}\right)$ **37.** $\sqrt{3f}\left(\sqrt{3}+12\right)$ **38.** $\sqrt{8m}\left(\sqrt{10}+\sqrt{2m}\right)$

39. $\left(15+\sqrt{15}\right)\left(4+\sqrt{15}\right)$ **40.** $\left(\sqrt{6}+4\right)\left(\sqrt{2}-7\right)$ **41.** $\left(3-\sqrt{2}\right)\left(4+\sqrt{2}\right)$

42. $\left(\sqrt{5}-5\right)^2$ **43.** $\left(\sqrt{3}+8\right)^2$ **44.** $\left(2\sqrt{3}+4\sqrt{5}\right)^2$

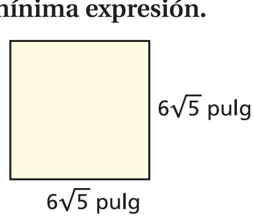
Simplifica cada cociente.

45. $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{2}}$ **46.** $\dfrac{\sqrt{5}}{4\sqrt{8}}$ **47.** $\dfrac{\sqrt{27}}{3\sqrt{x}}$ **48.** $\dfrac{\sqrt{48k}}{\sqrt{5}}$

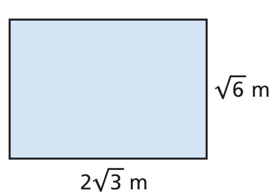
49. $\dfrac{\sqrt{49x}}{\sqrt{2}}$ **50.** $\dfrac{3\sqrt{27}}{\sqrt{b}}$ **51.** $\dfrac{\sqrt{12y}}{\sqrt{3}}$ **52.** $\dfrac{\sqrt{12t}}{\sqrt{6}}$

Geometría Halla el área de cada figura. Da tu respuesta como una expresión radical en su mínima expresión.

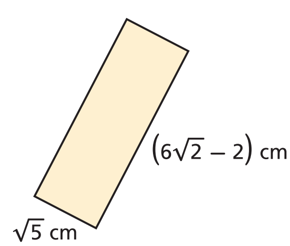
53.



54.



55.



Simplifica.

56. $\sqrt{3}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)$ **57.** $\dfrac{15\sqrt{10}}{5\sqrt{3}}$ **58.** $\dfrac{6+\sqrt{18}}{3}$

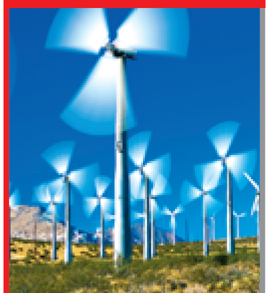
59. $\left(\sqrt{3}-4\right)\left(\sqrt{3}+2\right)$ **60.** $\sqrt{2}\left(6+\sqrt{12}\right)$ **61.** $\dfrac{\sqrt{1}+\sqrt{25}}{\sqrt{2}}$

62. $\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$ **63.** $\sqrt{12}\left(\sqrt{3}+8\right)^2$ **64.** $\sqrt{3}\left(4-2\sqrt{5}\right)$

65. $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$ **66.** $\left(\sqrt{x}-5\right)\left(3\sqrt{x}+7\right)$ **67.** $\left(\sqrt{3}+\sqrt{x}\right)^2$

CONEXIÓN

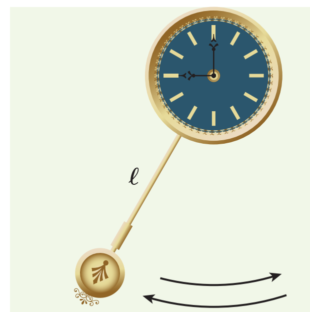
Electricidad



El viento se empezó a usar para generar electricidad a comienzos del siglo XX. Una turbina de viento moderna mide de 120 a 180 pies de alto y, dependiendo de su construcción, puede generar hasta 1 megavatio de electricidad.

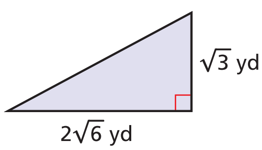
68. Electricidad La corriente eléctrica en amperios se puede representar mediante $\dfrac{\sqrt{V}}{\sqrt{R}}$, donde V es la potencia en vatios y R es la resistencia en ohmios. ¿Cuánta corriente eléctrica pasa por un horno de microondas que tiene 850 vatios de potencia y 5 ohmios de resistencia? Da la respuesta como una expresión radical en su mínima expresión. Luego, estima la cantidad de corriente al décimo más cercano.

69. Física El *periodo* de un péndulo es la cantidad de tiempo que el péndulo tarda en hacer una oscilación completa y volver al punto de partida. El periodo de un péndulo en segundos se puede representar mediante $2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{32}}$, donde ℓ es la longitud del péndulo en pies. ¿Cuál es el periodo de un péndulo cuya longitud es 3 pies? Da la respuesta como una expresión radical en su mínima expresión. Luego, estima el periodo al décimo más cercano.

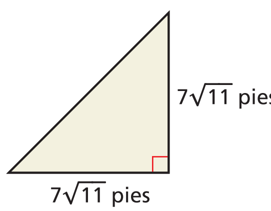


Geometría Halla el área de cada triángulo. Da la respuesta exacta en su mínima expresión. (*Pista:* la fórmula del área de un triángulo es $A=\frac{1}{2}bh$).

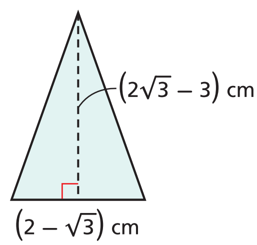
70.



71.



72.



73. Escríbelo Describe una expresión para la cual tendrías que racionalizar el denominador. ¿Cómo lo harías? Incluye una explicación de cómo elegirías la expresión para multiplicar por la expresión original.

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

BOLETO INDIVIDUAL

74. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 854.

a. Muchos parques de diversiones tienen juegos de caída libre en los que los vehículos suben por una torre y luego se los deja caer al suelo. El tiempo en segundos para cualquier objeto en caída libre es $t=\sqrt{\dfrac{d}{16}}$, donde d es la distancia en pies de la caída del objeto. En un juego de caída libre en particular, los vehículos recorren una caída libre de 100 pies. ¿Cuánto tiempo dura la caída libre en este juego?

b. Los vehículos en el juego de la parte **a** suben por la torre a una velocidad de 18 pies por segundo. ¿Cuánto tiempo dura este viaje? Redondea tu respuesta al décimo más cercano. ¿Cómo se compara este tiempo con el tiempo que dura la caída libre?

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

75. ¿Cuál es el producto de $3\sqrt{5}$ y $\sqrt{15}$?

Ⓐ $5\sqrt{3}$ Ⓑ $15\sqrt{3}$ Ⓒ $15\sqrt{15}$ Ⓓ $45\sqrt{5}$

76. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado de racionalizar el denominador de la expresión $\frac{4}{3\sqrt{2}}$?

Ⓕ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Ⓖ $2\sqrt{2}$ Ⓗ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Ⓙ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

77. ¿Cuál de las siguientes opciones es equivalente a $\left(5\sqrt{10}\right)^2$?

Ⓐ 50 Ⓑ 100 Ⓒ 125 Ⓓ 250

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Las expresiones $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ y $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ se llaman *valores conjugados*. Cuando a y b son no negativos, puedes usar el método FOIL para multiplicar los valores conjugados de la siguiente forma:

$$\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right) = a + \sqrt{ab} - \sqrt{ab} - b = a - b$$

$$\left(\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{5}\right) = 3 + \sqrt{15} - \sqrt{15} - 5 = 3 - 5 = -2$$

Observa que el producto no contiene raíces cuadradas. Esto significa que puedes usar valores conjugados para racionalizar denominadores que contienen sumas o diferencias de raíces cuadradas:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)} = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{4}}{7 - 2} = \frac{\sqrt{14} - 2}{5}$$

Simplifica.

78. $\frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ **79.** $\frac{8}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ **80.** $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{3}}$ **81.** $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

82. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ **83.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8} + \sqrt{6}}$ **84.** $\frac{6}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ **85.** $\frac{2}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$

86. **Geometría** Un rectángulo mide $4\sqrt{6}$ pies de largo y $\sqrt{2}$ pies de ancho. Otro rectángulo mide $8\sqrt{2}$ pies de largo y $2\sqrt{6}$ pies de ancho. ¿Cuánta área más cubre el rectángulo grande que el rectángulo pequeño? (*Pista:* la fórmula del área de un rectángulo es $A = \ell a$).

REPASO EN ESPIRAL

Describe la o las transformaciones de la gráfica de $f(x)$ a la gráfica de $g(x)$. *(Lección 5-10)*

87. $f(x) = -2x + 3$; $g(x) = -2x - 1$ **88.** $f(x) = 4x$; $g(x) = 5x$

Descompón cada polinomio en factores completamente. Comprueba tu respuesta. *(Lección 8-6)*

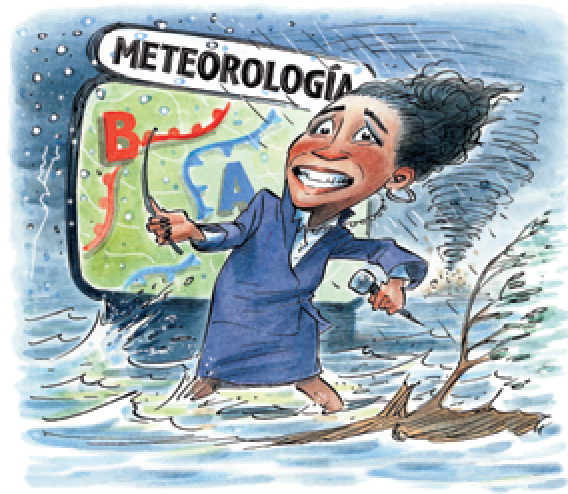
89. $x^2 + 7x - 30$ **90.** $6x^2 + 11x + 3$ **91.** $x^2 - 16$

92. $3x^2 + 30x + 75$ **93.** $2x^4 - 18$ **94.** $8x^3 - 20x^2 - 12x$

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos. *(Lección 11-6)*

95. $\sqrt{360}$ **96.** $\sqrt{\frac{72}{16}}$ **97.** $\sqrt{\frac{49x^2}{64y^4}}$ **98.** $\sqrt{\frac{50a^7}{9a^3}}$

11-9 Cómo resolver ecuaciones radicales



Objetivo
Resolver ecuaciones radicales

Vocabulario
ecuación radical
solución extraña

¿Quién lo usa?
Los meteorólogos pueden usar ecuaciones radicales para estimar el tamaño de una tormenta. (Ver Ejercicio 76)

Una **ecuación radical** es una ecuación que contiene una variable dentro de un radical. En este curso, sólo estudiarás ecuaciones radicales que contienen raíces cuadradas.

Recuerda que usas operaciones inversas para resolver ecuaciones. Para números no negativos, elevar al cuadrado y hallar la raíz cuadrada son operaciones inversas. Cuando una ecuación contiene una variable dentro de una raíz cuadrada, eleva ambos lados de la ecuación al cuadrado para resolver.

Nota ¡Aprende!

Propiedad de igualdad de la potencia

EN PALABRAS	CON NÚMEROS	EN ÁLGEBRA
Puedes elevar ambos lados de una ecuación al cuadrado y la ecuación resultante sigue siendo verdadera.	$3 = 1 + 2$ $(3)^2 = (1 + 2)^2$ $9 = 9$	Si a y b son números reales y $a = b$, entonces $a^2 = b^2$.

EJEMPLO 1 **Resolver ecuaciones radicales simples**

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

A $\sqrt{x} = 8$

$(\sqrt{x})^2 = (8)^2$ — *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$x = 64$

Comprueba

$$\begin{array}{c|c} \sqrt{x} & 8 \\ \hline \sqrt{64} & 8 \\ 8 & 8\ \checkmark \end{array}$$

Sustituye x por 64 en la ecuación original.
Simplifica.

B $6 = \sqrt{4x}$

$(6)^2 = (\sqrt{4x})^2$ — *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$36 = 4x$

$9 = x$ — *Divide ambos lados entre 4.*

Comprueba

$$\begin{array}{c|c} 6 & \sqrt{4x} \\ \hline 6 & \sqrt{4(9)} \\ 6 & \sqrt{36} \\ 6 & 6\ \checkmark \end{array}$$

Sustituye x por 9 en la ecuación original.
Simplifica.

¡COMPRUÉBALO! **Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.**

1a. $\sqrt{x} = 6$ **1b.** $9 = \sqrt{27x}$ **1c.** $\sqrt{3x} = 1$

Algunas ecuaciones de raíz cuadrada no tienen la raíz cuadrada despejada. Para resolver estas ecuaciones, es posible que tengas que despejar la raíz cuadrada antes de elevar ambos lados al cuadrado. Puedes hacerlo mediante una o más operaciones inversas.

EJEMPLO 2 Resolver ecuaciones radicales mediante la suma o la resta

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

A $\sqrt{x} + 3 = 10$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= 7 && \text{Resta 3 de ambos lados.} \\ \left(\sqrt{x}\right)^2 &= (7)^2 && \text{Eleva ambos lados al cuadrado.} \\ x &= 49 \end{aligned}$$

Comprueba

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{\sqrt{x} + 3 = 10} \\ \hline \sqrt{49} + 3 & 10 \\ 7 + 3 & 10 \\ 10 & 10 \ \checkmark \end{array}$$

B $\sqrt{x - 5} = 4$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{x-5}\right)^2 &= (4)^2 && \text{Eleva ambos lados al cuadrado.} \\ x - 5 &= 16 \\ x &= 21 && \text{Suma 5 a ambos lados.} \end{aligned}$$

Comprueba

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{\sqrt{x - 5} = 4} \\ \hline \sqrt{21 - 5} & 4 \\ \sqrt{16} & 4 \\ 4 & 4 \ \checkmark \end{array}$$

C $\sqrt{2x - 1} + 4 = 7$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x-1} &= 3 && \text{Resta 4 de ambos lados.} \\ \left(\sqrt{2x-1}\right)^2 &= (3)^2 && \text{Eleva ambos lados al cuadrado.} \\ 2x - 1 &= 9 \\ 2x &= 10 && \text{Suma 1 a ambos lados.} \\ x &= 5 && \text{Divide ambos lados entre 2.} \end{aligned}$$

Comprueba

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{\sqrt{2x - 1} + 4 = 7} \\ \hline \sqrt{2(5) - 1} + 4 & 7 \\ \sqrt{10 - 1} + 4 & 7 \\ \sqrt{9} + 4 & 7 \\ 3 + 4 & 7 \\ 7 & 7 \ \checkmark \end{array}$$

¡COMPRUÉBALO! **Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.**

2a. $\sqrt{x} - 2 = 1$ **2b.** $\sqrt{x + 7} = 5$ **2c.** $\sqrt{3x + 7} - 1 = 3$

EJEMPLO 3 Resolver ecuaciones radicales mediante la multiplicación o la división

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

A $3\sqrt{x} = 21$

Método 1

$$\begin{aligned} 3\sqrt{x} &= 21 \\ \sqrt{x} &= 7 && \text{Divide ambos lados entre 3.} \\ \left(\sqrt{x}\right)^2 &= (7)^2 && \text{Eleva ambos lados al cuadrado.} \\ x &= 49 \end{aligned}$$

Método 2

$$\begin{aligned} 3\sqrt{x} &= 21 \\ \left(3\sqrt{x}\right)^2 &= 21^2 && \text{Eleva ambos lados al cuadrado.} \\ 9x &= 441 \\ x &= 49 && \text{Divide ambos lados entre 9.} \end{aligned}$$

Comprueba

$$\begin{array}{r|ll} \multicolumn{2}{c}{3\sqrt{x} = 21} & \\ \hline 3\sqrt{49} & 21 & \text{Sustituye } x \text{ por 49 en la ecuación original.} \\ 3(7) & 21 & \text{Simplifica.} \\ 21 & 21 \ \checkmark & \end{array}$$

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

B $\dfrac{\sqrt{x}}{3} = 5$

Método 1

$\sqrt{x} = 15$ — *Multiplica ambos lados por 3.*

$(\sqrt{x})^2 = (15)^2$ — *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$x = 225$

Método 2

$\left(\dfrac{\sqrt{x}}{3}\right)^2 = (5)^2$ — *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$\dfrac{x}{9} = 25$

$x = 225$ — *Multiplica ambos lados por 9.*

Comprueba $\dfrac{\sqrt{x}}{3} = 5$

$\dfrac{\sqrt{225}}{3}$	5
$\dfrac{15}{3}$	5
5	5 ✓

Sustituye x por 225 en la ecuación original.

Simplifica.

¡COMPRUÉBALO! **Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.**

3a. $2\sqrt{x} = 22$ **3b.** $2 = \dfrac{\sqrt{x}}{4}$ **3c.** $\dfrac{2\sqrt{x}}{5} = 4$

EJEMPLO 4 Resolver ecuaciones radicales con raíces cuadradas en ambos lados

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

A $\sqrt{x+1} = \sqrt{3}$

$(\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{3})^2$ — *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$x + 1 = 3$

$x = 2$ — *Resta 1 de ambos lados.*

Comprueba $\sqrt{x+1} = \sqrt{3}$

$\sqrt{2+1}$	$\sqrt{3}$
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$ ✓

B $\sqrt{x+8} - \sqrt{3x} = 0$

$\sqrt{x+8} = \sqrt{3x}$ — *Suma $\sqrt{3x}$ a ambos lados.*

$(\sqrt{x+8})^2 = (\sqrt{3x})^2$ — *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$x + 8 = 3x$

$8 = 2x$ — *Resta x de ambos lados.*

$4 = x$ — *Divide ambos lados entre 2.*

Comprueba $\sqrt{x+8} - \sqrt{3x} = 0$

$\sqrt{4+8} - \sqrt{3(4)}$	0
$\sqrt{12} - \sqrt{12}$	0
0	0 ✓

¡COMPRUÉBALO! **Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.**

4a. $\sqrt{3x+2} = \sqrt{x+6}$ **4b.** $\sqrt{2x-5} - \sqrt{6} = 0$

Elevar ambos lados de una ecuación al cuadrado puede tener como resultado una **solución extraña:** un número que no es una solución de la ecuación original.

Supongamos que tu ecuación original es $x = 3$. $\quad x = 3$

Eleva ambos lados al cuadrado. Ahora tienes una nueva ecuación. $\quad x^2 = 9$

Halla la raíz cuadrada de ambos lados para hallar x en esta nueva ecuación.

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$
$$x = 3 \text{ ó } x = -3$$

Ahora hay dos soluciones de la nueva ecuación. Una $(x = 3)$ es una solución de la ecuación original. La otra $(x = -3)$ es extraña: no es una solución de la ecuación original. Debido a las soluciones extrañas, es importante que compruebes tus respuestas.

EJEMPLO 5 Soluciones extrañas

Resuelve $\sqrt{6-x}=x$. Comprueba tu respuesta.

$$\left(\sqrt{6-x}\right)^2=(x)^2 \qquad \textit{Eleva ambos lados al cuadrado.}$$
$$6-x=x^2$$
$$x^2+x-6=0 \qquad \textit{Escribe en forma estándar.}$$
$$(x-2)(x+3)=0 \qquad \textit{Descompón en factores.}$$
$$x-2=0 \text{ ó } x+3=0 \qquad \textit{Propiedad del producto cero}$$
$$x=2 \text{ ó } \quad x=-3 \qquad \textit{Halla } x.$$

Comprueba $\sqrt{6-x}=x$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{6-2} & 2 \\ \sqrt{4} & 2 \\ 2 & 2 \checkmark \end{array} \qquad \textit{Sustituye } x \textit{ por 2 en la ecuación.}$$

$\sqrt{6-x}=x$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{6-(-3)} & -3 \\ \sqrt{9} & -3 \\ 3 & -3 \; ✗ \end{array} \qquad \textit{Sustituye } x \textit{ por } -3 \textit{ en la ecuación.}$$

-3 no se comprueba: es extraña. La única solución es 2.

Pista útil

La ecuación del Ejemplo 5 tiene una solución. Cuando todas las soluciones de una ecuación son extrañas, la ecuación original no tiene soluciones.

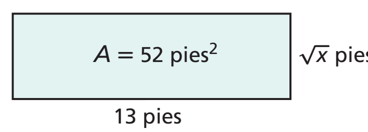
¡COMPRUÉBALO! **Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.**

5a. $11+\sqrt{5x}=6$ **5b.** $x=\sqrt{-3x-2}$ **5c.** $x-2=\sqrt{x}$

EJEMPLO 6 *Aplicación a la Geometría*

Geometría

El área de un rectángulo es 52 pies cuadrados. La longitud mide 13 pies y el ancho mide $\sqrt{x}$ pies. ¿Cuál es el valor de x? ¿Cuál es el ancho del rectángulo?



$$A=\ell a \qquad \textit{Usa la fórmula del área de un rectángulo.}$$
$$52=13\sqrt{x} \qquad \textit{Sustituye } A \textit{ por 52, } \ell \textit{ por 13 y } a \textit{ por } \sqrt{x}.$$
$$\frac{52}{13}=\frac{13\sqrt{x}}{13} \qquad \textit{Divide ambos lados entre 13.}$$
$$4=\sqrt{x}$$
$$4^2=\left(\sqrt{x}\right)^2 \qquad \textit{Eleva ambos lados al cuadrado.}$$
$$16=x$$

Comprueba $A=\ell a$

$52=13\sqrt{x}$

$$\begin{array}{r|l} 52 & 13\sqrt{16} \\ 52 & 13(4) \\ 52 & 52 \checkmark \end{array} \qquad \textit{Sustituye } x \textit{ por 16 en la ecuación.}$$

El valor de x es 16. El ancho del rectángulo mide $\sqrt{16}=4$ pies.

¡COMPRUÉBALO! **6.** El área de un rectángulo es 15 cm^2. El ancho mide 5 cm y la longitud mide $\left(\sqrt{x+1}\right)$ cm. ¿Cuál es el valor de x? ¿Cuál es la longitud del rectángulo?

RAZONAR Y COMENTAR

1. Compara los dos métodos que se usaron en el Ejemplo 3A. ¿Qué método prefieres? ¿Por qué?

2. ¿Cuál es el primer paso para resolver $\sqrt{x-2}+3=8$? ¿Por qué?

Nota ¡Aprende!

3. ORGANÍZATE Copia y completa el organizador gráfico. Escribe y resuelve una ecuación radical usando los recuadros para mostrar cada paso.

Cómo resolver ecuaciones radicales

1. → 2. → 3. → 4.

11-9 Ejercicios

go.hrw.com
Ayuda en línea para tareas
CLAVE: MA7 11-9
Recursos en línea para padres
CLAVE: MA7 Parent

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

1. Vocabulario ¿Es $x=\sqrt{3}$ una *ecuación radical*? ¿Por qué?

VER EJEMPLO 1 pág. 846

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

2. $\sqrt{x}=7$ **3.** $4=\sqrt{-2y}$ **4.** $\sqrt{20a}=10$ **5.** $12=\sqrt{-x}$

VER EJEMPLO 2 pág. 847

6. $\sqrt{x}+6=11$ **7.** $\sqrt{2x-5}=7$ **8.** $\sqrt{2-a}=3$ **9.** $\sqrt{2x}-3=7$

10. $\sqrt{x-2}=3$ **11.** $\sqrt{x+3}=1$ **12.** $\sqrt{x-1}=2$ **13.** $\sqrt{4y+13}-1=6$

VER EJEMPLO 3 pág. 847

14. $-2\sqrt{x}=-10$ **15.** $\frac{\sqrt{a}}{2}=4$ **16.** $5\sqrt{-x}=20$ **17.** $\frac{3\sqrt{x}}{4}=3$

18. $\frac{5\sqrt{x}}{6}=10$ **19.** $2\sqrt{x}=8$ **20.** $\frac{\sqrt{x}}{3}=3$ **21.** $\frac{3\sqrt{x}}{2}=1$

22. $13\sqrt{2x}=26$ **23.** $\frac{\sqrt{x}}{5}=2$ **24.** $\frac{\sqrt{x-7}}{3}=1$ **25.** $4\sqrt{2x-1}=12$

VER EJEMPLO 4 pág. 848

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

26. $\sqrt{5-x}=\sqrt{6x-2}$ **27.** $\sqrt{x+7}=\sqrt{3x-19}$ **28.** $0=\sqrt{2x}-\sqrt{x+3}$

29. $\sqrt{x-5}=\sqrt{7-x}$ **30.** $\sqrt{-x}=\sqrt{2x+1}$ **31.** $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x+3}=0$

VER EJEMPLO 5 pág. 849

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

32. $\sqrt{x-5}+5=0$ **33.** $\sqrt{3x}+5=3$ **34.** $\sqrt{2-7x}=2x$ **35.** $x=\sqrt{12+x}$

36. $6+\sqrt{x-1}=4$ **37.** $\sqrt{6-3x}+2=x$ **38.** $\sqrt{x-2}=2-x$ **39.** $10+\sqrt{x}=5$

VER EJEMPLO 6 pág. 849

40. Geometría El área de un trapecio es 14 cm^2. La longitud de una de sus bases mide 4 cm y la longitud de la otra base mide 10 cm. La altura mide $\left(\sqrt{2x+3}\right)$ cm. ¿Cuál es el valor de x? ¿Cuál es la altura del trapecio? (*Pista:* la fórmula del área de un trapecio es $A=\frac{1}{2}\left(b_1+b_2\right)h$).

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Práctica independiente

Para los ejercicios	Ver Ejemplo
41–44	1
45–48	2
49–52	3
53–58	4
59–66	5
67	6

Práctica adicional

Práctica de destrezas, pág. E25

Práctica de aplicación, pág. E38

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

41. $\sqrt{3x} = 12$ **42.** $2 = \sqrt{-2x}$ **43.** $\sqrt{-a} = 5$ **44.** $11 = \sqrt{c}$

45. $\sqrt{x-7} = 8$ **46.** $\sqrt{x} - 4 = 0$ **47.** $\sqrt{1-3x} = 5$ **48.** $\sqrt{5x+1} + 2 = 6$

49. $5\sqrt{x} = 30$ **50.** $\dfrac{\sqrt{2x}}{2} = 4$ **51.** $5\sqrt{-x} = 20$ **52.** $3\sqrt{3p} = 9$

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

53. $\sqrt{3x-13} = \sqrt{x+3}$ **54.** $\sqrt{x} - \sqrt{6-x} = 0$ **55.** $\sqrt{x+5} = \sqrt{2x-4}$

56. $\sqrt{4x-2} = \sqrt{3x+4}$ **57.** $\sqrt{5x-6} = \sqrt{16-6x}$ **58.** $\sqrt{12x-3} = \sqrt{4x+93}$

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

59. $\sqrt{x+6} = 1$ **60.** $-2\sqrt{x} = 6$ **61.** $x = \sqrt{2x+15}$ **62.** $\sqrt{6x} + 9 = 2$

63. $\sqrt{4-3x} = x$ **64.** $\sqrt{5x+4} = x - 4$ **65.** $\sqrt{2x+2} = 2x$ **66.** $\sqrt{x+3} + 10 = 7$

67. **Geometría** El área de un triángulo es 60 pulg^2. La base mide 10 pulgadas y la altura mide $\sqrt{x}$ pulgadas. ¿Cuál es el valor de x? ¿Cuál es la altura del triángulo? (*Pista:* la fórmula del área de un triángulo es $A = \frac{1}{2}bh$).

Convierte cada enunciado en una ecuación. Luego, resuelve la ecuación y comprueba tu respuesta.

68. La raíz cuadrada de tres por un número es nueve.

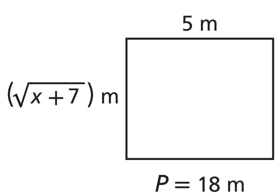
69. La diferencia de la raíz cuadrada de un número y tres es cuatro.

70. La raíz cuadrada de la diferencia de un número y tres es cuatro.

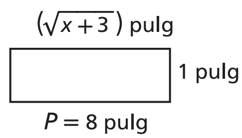
71. Un número es igual a la raíz cuadrada de la suma de ese número y seis.

Geometría **Halla las dimensiones de cada rectángulo a partir de su perímetro.**

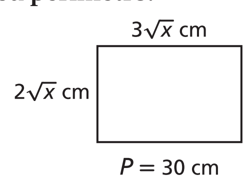
72.



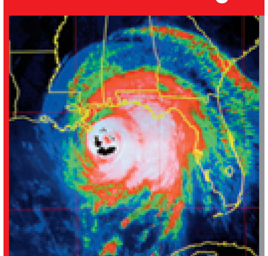
73.



74.



CONEXIÓN Meteorología



Esta imagen satelital realzada con color proviene del Centro Nacional de Huracanes. Las imágenes como ésta muestran el tamaño de una tormenta y el área que abarca.

75. **Física** La fórmula $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ describe la relación entre la masa m de un objeto en kilogramos, su velocidad v en metros por segundo y su energía cinética E en joules.

a. Una pelota de béisbol con una masa de 0.14 kg se lanza a una velocidad de 28 m/s. ¿Cuánta energía cinética tiene la pelota?

b. ¿Cuál es la energía cinética de un objeto en reposo ($v = 0$)?

76. **Meteorología** La fórmula $t = \sqrt{\frac{d^2}{216}}$ da el tiempo t en horas que durará una tormenta con un diámetro de d millas. ¿Cuál es el diámetro de una tormenta que dura 1 hora? Redondea tu respuesta al centésimo más cercano.

77. **Transporte** Una curva cerrada puede requerir que el conductor disminuya la velocidad para evitar que el automóvil se salga de la carretera. La ecuación $v = \sqrt{2.5r}$ describe la relación entre el radio r en pies de una curva sin peraltar y la velocidad máxima v en millas por hora a la que un automóvil puede doblar la curva sin peligro. Un ingeniero diseña una carretera con un límite de velocidad máxima de 65 mi/h. ¿Cuál es el radio de una curva sin peraltar para la cual 65 mi/h es la máxima velocidad segura?

78. **Escríbelo** Explica por qué es importante comprobar las soluciones al resolver ecuaciones radicales.

79. **Varios pasos** Halla el valor de x e y en las ecuaciones $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{81}$ y $6\sqrt{y} = 24$. (*Pista:* primero halla y y luego usa la sustitución para hallar x).

Indica si los siguientes enunciados son verdaderos *siempre, algunas veces* o *nunca*. Si la respuesta es *algunas veces,* da un ejemplo que sea verdadero y uno que sea falso.

80. Si $a = b$, entonces $a^2 = b^2$.

81. Si $a^2 = b^2$, entonces $a = b$.

82. Al resolver ecuaciones radicales, el valor de la variable es no negativo.

83. **ANÁLISIS DE ERRORES** Dos estudiantes resolvieron $\sqrt{5 - x} = \sqrt{x + 9}$. ¿Qué opción es incorrecta? Explica el error.

A

$$\sqrt{5 - x} = \sqrt{x + 9}$$
$$\left(\sqrt{5 - x}\right)^2 = \left(\sqrt{x + 9}\right)^2$$
$$5 - x = x + 9$$
$$-2x = 4$$
$$x = -2$$

Comprueba

$$\sqrt{5 - (-2)} \ ? \ \sqrt{(-2) + 9}$$
$$\sqrt{7} = \sqrt{7} \ \checkmark$$

B

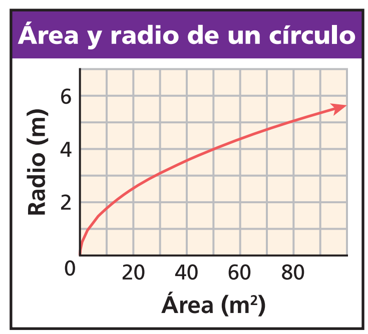
$$\sqrt{5 - x} = \sqrt{x + 9}$$
$$\left(\sqrt{5 - x}\right)^2 = \left(\sqrt{x + 9}\right)^2$$
$$5 - x = x + 9$$
$$4 = 2x$$
$$2 = x$$

Comprueba

$$\sqrt{5 - 2} \ ? \ \sqrt{2 + 9}$$
$$\sqrt{3} \neq \sqrt{11} \ \times$$

sin solución

84. **Estimación** La relación entre el radio de un círculo y su área se puede representar mediante $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$, donde r es el radio y A es el área. Las soluciones de esta ecuación se representan gráficamente a la derecha. Usa la gráfica para estimar el radio de un círculo con un área de 29 m^2.



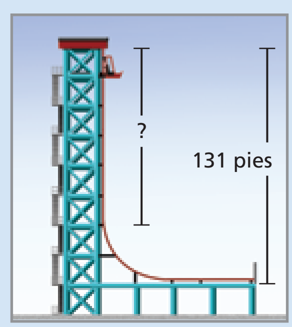
85. **Razonamiento crítico** Supongamos que la ecuación $\sqrt{-x} = k$ tiene solución. ¿Qué te indica eso sobre el valor de x? ¿Y sobre el valor de k? Explica.

Preparación de varios pasos para la prueba

86. Este problema te ayudará a resolver la Preparación de varios pasos para la prueba de la página 854.

a. El Demon Drop es un juego de caída libre del parque de diversiones Cedar Point de Ohio. La velocidad máxima del Demon Drop es 42 millas por hora. Convierte esta velocidad a pies por segundo. (*Pista:* hay 5280 pies en una milla).

b. El Demon Drop mide 131 pies de altura. La mayor parte de la caída es caída libre vertical, pero cerca de la base la pista se curva para que los vehículos disminuyan la velocidad gradualmente. La velocidad de cualquier objeto en caída libre es $v = 8\sqrt{d}$, donde v es la velocidad en pies por segundo y d es la distancia en pies que el objeto cae. Usa esta ecuación y tu respuesta de la parte **a** para estimar la distancia de la caída libre.



BOLETO INDIVIDUAL

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA

87. ¿Cuál de las siguientes opciones es la solución de $\sqrt{8 - 2x} - 2 = 2$?

Ⓐ -4 Ⓑ -2 Ⓒ 2 Ⓓ 4

88. ¿Para cuál de los siguientes valores de k la ecuación $\sqrt{x + 1} + k = 0$ no tiene solución real?

Ⓕ -2 Ⓖ -1 Ⓗ 0 Ⓙ 1

89. ¿Cuál de las siguientes opciones es la solución de $x = \sqrt{12 - x}$?

Ⓐ -4 Ⓑ -3 Ⓒ 3 Ⓓ 4

90. ¿Cuál de las siguientes opciones es la solución de $\sqrt{x + 13} = 5\sqrt{x - 11}$?

Ⓕ 9 Ⓖ 12 Ⓗ 16 Ⓙ 17

91. ¿Cuál de las siguientes opciones es una solución extraña de $\sqrt{3x - 2} = x - 2$?

Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 6

DESAFÍO Y EXTENSIÓN

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

92. $\sqrt{x + 3} = x + 1$ **93.** $\sqrt{x - 1} = x - 1$ **94.** $x - 1 = \sqrt{2x + 6}$

95. $\sqrt{x^2 + 5x + 11} = x + 3$ **96.** $\sqrt{x^2 + 9x + 14} = x + 4$ **97.** $x + 2 = \sqrt{x^2 + 5x + 4}$

98. Calculadora gráfica Resuelve $\sqrt{2x - 2} = -\sqrt{x}$ y comprueba tu respuesta. Luego, usa tu calculadora gráfica para lo siguiente:

a. Representa gráficamente $y = \sqrt{2x - 2}$ e $y = -\sqrt{x}$ en la misma pantalla. Traza las gráficas.

b. Usa las gráficas de la parte **a** para explicar tu solución de $\sqrt{2x - 2} = -\sqrt{x}$.

99. Calculadora gráfica Resuelve $x = \sqrt{x + 6}$ y comprueba tu respuesta. Luego, usa tu calculadora gráfica para lo siguiente:

a. Representa gráficamente $y = x$ e $y = \sqrt{x + 6}$ en la misma pantalla. Traza las gráficas.

b. Usa las gráficas de la parte **a** para explicar tu solución de $x = \sqrt{x + 6}$.

100. Halla el dominio de la función $y = \frac{4}{\sqrt{x - 2}}$. ¿El dominio de esta función es diferente del dominio de la función $y = \sqrt{x - 2}$? ¿Por qué?

REPASO EN ESPIRAL

101. En un mapa, la distancia entre dos pueblos es 3.2 pulgadas. Si el mapa usa la escala 2.5 pulg : 40 mi, ¿cuál es la distancia real entre los pueblos? *(Lección 2-7)*

102. En el modelismo de ferrocarriles, los trenes a escala O usan la escala 1 : 48. Un furgón a escala O mide 12.5 pulgadas. ¿Cuántos pies de longitud mide el furgón que representa? *(Lección 2-7)*

103. El número de identificación personal (PIN) para una tarjeta de débito se compone de cuatro números. ¿Cuántos PIN son posibles? *(Lección 10-8)*

104. Un menú de postres ofrece 6 opciones diferentes. El restaurante ofrece una muestra de postres que incluye pequeñas porciones de 4 opciones diferentes cualesquiera del menú de postres. ¿Cuántas muestras diferentes de postres son posibles? *(Lección 10-8)*

Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada. *(Lección 11-5)*

105. $f(x) = \sqrt{x + 3}$ **106.** $f(x) = \sqrt{3x - 6}$ **107.** $f(x) = 2\sqrt{x} + 1$

CAPÍTULO 11

SECCIÓN 11B

PREPARACIÓN DE VARIOS PASOS PARA LA PRUEBA

Funciones y ecuaciones radicales

Ojo en el cielo El London Eye es una rueda de observación gigante que está en Londres, Inglaterra. Transporta personas en cápsulas cerradas alrededor de su circunferencia. Se inauguró el 31 de diciembre de 1999 para recibir el nuevo milenio, y su diámetro mide 135 metros. En el London Eye, los pasajeros pueden ver a una distancia de 40 kilómetros.

1. ¿Cuál es la circunferencia del London Eye? Usa 3.14 para π.
2. La velocidad del London Eye en metros por segundo puede hallarse mediante la ecuación $v = \sqrt{0.001r}$, donde r es el radio de la rueda en metros. Halla la velocidad en metros por segundo. Redondea al centésimo más cercano.
3. Otra forma de hallar la velocidad es dividir la distancia alrededor de la rueda entre el tiempo de la vuelta. Una vuelta en el London Eye tarda 30 minutos. Usa este método para hallar la velocidad de la rueda en metros por segundo al centésimo más cercano.
4. ¿Son iguales tus respuestas de los problemas 2 y 3? Si no es así, explica las diferencias.
5. Cuando un pasajero está en el punto más alto del London Eye, ¿a qué distancia está de la parte más baja del juego? Explica.
6. Cuando un pasajero está a mitad de camino de la altura máxima, su distancia desde la parte más baja del juego se puede hallar mediante la ecuación $d = \sqrt{2r^2}$. Explica de dónde proviene esta ecuación. Luego, halla esta distancia. Redondea al centésimo más cercano.

¿LISTO PARA SEGUIR?

CAPÍTULO 11

SECCIÓN 11B

Prueba de las Lecciones 11-5 a 11-9

11-5 Funciones de raíz cuadrada

1. La distancia en kilómetros que una persona puede ver hacia el horizonte se puede aproximar mediante la fórmula $D = 113\sqrt{h}$, donde h es la altura de la persona en kilómetros sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la distancia al horizonte que observa un montañista que está a 0.3 km sobre el nivel del mar?

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.

2. $y = \sqrt{3x} - 7$
3. $y = \sqrt{x - 5}$
4. $y = \sqrt{2x - 6}$

Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada.

5. $f(x) = \sqrt{x - 6}$
6. $f(x) = \sqrt{x} + 5$
7. $f(x) = \sqrt{8 - 4x}$

11-6 Expresiones radicales

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

8. $\sqrt{75}$
9. $\sqrt{\frac{300}{3}}$
10. $\sqrt{a^2b^3}$
11. $\sqrt{98xy^2}$
12. $\sqrt{\frac{32}{25}}$
13. $\sqrt{\frac{128}{121}}$
14. $\sqrt{\frac{4b^2}{81}}$
15. $\sqrt{\frac{75a^9}{49a^3}}$
16. ¿Cuánto mide la diagonal de una pantalla de televisión rectangular que mide 19.2 pulgadas de largo y 14.4 pulgadas de alto?

11-7 Cómo sumar y restar expresiones radicales

Simplifica cada expresión.

17. $12\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$
18. $3\sqrt{x} + 3\sqrt{x}$
19. $\sqrt{12} + \sqrt{75}$
20. $5\sqrt{50} + \sqrt{98}$
21. $4\sqrt{3} - 3\sqrt{4}$
22. $\sqrt{98x} + \sqrt{18x} - \sqrt{200x}$

11-8 Cómo multiplicar y dividir expresiones radicales

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

23. $\sqrt{6}\sqrt{11}$
24. $\sqrt{3}\sqrt{8}$
25. $4\sqrt{12x}\sqrt{3x}$
26. $\left(3 - \sqrt{3}\right)\left(5 + \sqrt{3}\right)$

Simplifica cada cociente.

27. $\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{3}}$
28. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{8}}$
29. $\frac{\sqrt{6b}}{\sqrt{8}}$
30. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3t}}$

11-9 Cómo resolver ecuaciones radicales

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

31. $\sqrt{x} - 4 = 21$
32. $-3\sqrt{x} = -12$
33. $\frac{5\sqrt{x}}{2} = 40$
34. $\sqrt{4x - 2} - \sqrt{43 - x} = 0$
35. $\sqrt{20 + x} = x$
36. $\sqrt{4x} + 12 = 10$

CAPÍTULO 11

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. $f(x) = \sqrt{2x}$ es un ejemplo de un(a) ___?___ .
2. Una función de ___?___ es del tipo $y = c(1 - r)^t$, donde $c > 0$.
3. En la fórmula $a_n = a_1 r^{n-1}$, la variable r representa el/la ___?___ .
4. $f(x) = 2^x$ es un ejemplo de un(a) ___?___ .

11-1 Secuencias geométricas *(págs. 790–795)*

EJEMPLO

■ **¿Cuál es el 10.º término de la secuencia geométrica −6400, 3200, −1600, 800, …?**

Halla la razón común dividiendo los términos consecutivos.

$\frac{3200}{-6400} = -0.5 \quad \frac{-1600}{3200} = -0.5$

$a_n = a_1 r^{n-1}$ *Escribe la fórmula.*

$a_{10} = -6400(-0.5)^{10-1}$ *Sustituye.*

$= -6400(-0.5)^9$ *Simplifica.*

$= 12.5$

EJERCICIOS

Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.

5. 1, 3, 9, 27, …
6. 3, −6, 12, −24, …
7. 80, 40, 20, 10, …
8. −1, −4, −16, −64, …
9. El primer término de una secuencia geométrica es 4 y la razón común es 5. ¿Cuál es el 10.° término?
10. ¿Cuál es el 15.° término de la secuencia geométrica 4, 12, 36, 108, …?

11-2 Funciones exponenciales *(págs. 796–802)*

EJEMPLO

■ **Indica si los pares ordenados $\{(1, 4), (2, 16), (3, 36), (4, 64)\}$ satisfacen una función exponencial. Explica.**

x	y
1	4
2	16
3	36
4	64

Mientras los valores de x aumentan en una cantidad constante, los valores de y no se multiplican por una cantidad constante. Esta función no es exponencial.

EJERCICIOS

Indica si cada conjunto de pares ordenados satisface una función exponencial. Explica.

11. $\{(0, 1), (2, 9), (4, 81), (6, 729)\}$
12. $\{(-2, -8), (-1, -4), (0, 0), (1, 4)\}$

Representa gráficamente cada función exponencial.

13. $y = 4^x$
14. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

11-3 Crecimiento exponencial y decremento exponencial *(págs. 805–812)*

EJEMPLO

■ **El valor de un mueble antiguo aumenta a una tasa de 2% por año. En 1990, su valor era \$800. Represента esta situación con una función de crecimiento exponencial. Luego, halla el valor del mueble en el año 2010.**

Paso 1	$y = c(1 + r)^t$	*Escribe la fórmula.*
	$y = 800(1 + 0.02)^t$	*Sustituye.*
	$y = 800(1.02)^t$	*Simplifica.*
Paso 2	$y = 800(1.02)^{20}$	*Sustituye t por 20.*
	≈ 1188.76	*Simplifica y redondea.*

El valor del mueble es \$1188.76.

EJERCICIOS

15. La cantidad de estudiantes del club de lectura aumenta a una tasa de 15% por año. En 2001, había 9 estudiantes en el club de lectura. Representa la situación con una función de crecimiento exponencial. Luego, halla la cantidad de estudiantes del club de lectura en el año 2008.

16. La población de un pequeño pueblo disminuye a una tasa de 4% por año. En 1970, la población era 24,500 personas. Representa la situación con una función de decremento exponencial. Luego, halla la población en el año 2020.

11-4 Modelos lineales, cuadráticos y exponenciales *(págs. 813–819)*

EJEMPLO

■ **Usa los datos de la tabla para describir la manera en que cambia la deuda de Jazmín. Luego, representa los datos con una función. Usa tu función para predecir la deuda de Jazmín después de 8 años.**

Deuda de Jazmín	
Años	**Deuda (\$)**
1	130
2	260
3	520
4	1040

+1 +1 +1

× 2 × 2 × 2

La deuda de Jazmín se duplica cada año.

Para un cambio constante en el tiempo $(+1)$, hay una razón constante de 2. Por lo tanto, los datos son exponenciales.

$y = ab^x$	*Escribe la forma general.*
$y = a(2)^x$	*Sustituye b por 2.*
$130 = a(2)^1$	*Sustituye x e y por (1, 130).*
$a = 65$	*Halla a.*
$y = 65(2)^x$	*Reemplaza a y b en $y = ab^x$.*
$y = 65(2)^8$	*Sustituye x por 8.*
$y = 16{,}640$	*Simplifica con una calculadora.*

La deuda de Jazmín en 8 años será \$16,640.

EJERCICIOS

Representa gráficamente cada conjunto de datos. ¿Qué tipo de modelo describe mejor los datos?

17. $\{(-2, -12), (-1, -3), (0, 0), (1, -3), (2, -12)\}$

18. $\{(-2, -2), (-1, 2), (0, 6), (1, 10), (2, 14)\}$

19. $\left\{\left(-2, -\frac{1}{4}\right), \left(-1, -\frac{1}{2}\right), (0, -1), (1, -2), (2, -4)\right\}$

Busca un patrón en cada conjunto de datos para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

20. $\{(0, 2), (1, 6), (2, 18), (3, 54), (4, 162)\}$

21. $\{(0, 0), (2, -20), (4, -80), (6, -180), (8, -320)\}$

22. $\{(-8, 5), (-4, 3), (0, 1), (4, -1), (8, -3)\}$

23. Representa los datos con una función. Luego, usa tu función para predecir por cuánto tiempo el humidificador producirá vapor con 10 cuartos de agua.

Consumo y rendimiento de un humidificador	
Volumen de agua (ct)	**Tiempo de vapor (h)**
3	4.5
4	6
5	7.5
6	9

11-5 Funciones de raíz cuadrada *(págs. 822–827)*

EJEMPLO

■ **Representa gráficamente $f(x) = 3\sqrt{x-2}$.**

Paso 1 Halla el dominio de la función.

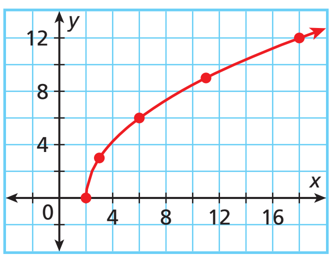
$x - 2 \geq 0$ *El radicando debe ser mayor*
$x \geq 2$ *que o igual a 0.*

Paso 2 Genera pares ordenados.

x	$f(x) = 3\sqrt{x-2}$
2	0
3	3
6	6
11	9
18	12

Elige valores de x mayores que o iguales a 2 que formen un cuadrado perfecto bajo el signo de radical.

Paso 3 Marca y conecta los puntos.



EJERCICIOS

24. Si conoces el área total A de un cubo, puedes usar la fórmula $\ell = \sqrt{\frac{A}{6}}$ para hallar la longitud ℓ de un lado. ¿Cuál es la longitud de lado de un cubo cuya área total es 135 cm^2? Redondea tu respuesta al centésimo de centímetro más cercano.

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.

25. $y = \sqrt{x} + 5$
26. $y = \sqrt{x+4}$
27. $y = 8 - \sqrt{3x}$
28. $y = 2\sqrt{x+2}$
29. $y = 1 + \sqrt{3x-4}$
30. $y = \sqrt{2x+6}$
31. $y = \sqrt{2x-7}$
32. $y = \sqrt{5x+18}$
33. $y = \sqrt{4x-3}$
34. $y = 3\sqrt{x-1}$

Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada.

35. $f(x) = \sqrt{x} + 8$
36. $f(x) = \sqrt{x-3}$
37. $f(x) = -\sqrt{2x}$
38. $f(x) = \sqrt{x} - 1$
39. $f(x) = 2\sqrt{x+3}$
40. $f(x) = \sqrt{5-x}$
41. $f(x) = \sqrt{7-4x}$
42. $f(x) = 3\sqrt{x-1}$
43. $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$
44. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x-2}$

11-6 Expresiones radicales *(págs. 829–834)*

EJEMPLOS

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

■ $\sqrt{50x^4}$

$\sqrt{(25)(2)x^4}$ *Descompón en factores el radicando.*

$\sqrt{25}\,\sqrt{2}\,\sqrt{x^4}$ *Usa la propiedad del producto.*

$5x^2\sqrt{2}$ *Simplifica.*

■ $\sqrt{\frac{16m^6}{64m^3}}$

$\sqrt{\frac{m^3}{4}}$ *Simplifica el radicando.*

$\frac{\sqrt{m^3}}{\sqrt{4}}$ *Usa la propiedad del cociente de raíces cuadradas.*

$\frac{\sqrt{m^2}\,\sqrt{m}}{\sqrt{4}}$ *Usa la propiedad del producto de raíces cuadradas.*

$\frac{m\sqrt{m}}{2}$ *Simplifica.*

EJERCICIOS

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

45. $\sqrt{121}$
46. $\sqrt{n^4}$
47. $\sqrt{(x+3)^2}$
48. $\sqrt{\frac{75}{3}}$
49. $\sqrt{36d^2}$
50. $\sqrt{y^6x}$
51. $\sqrt{12}$
52. $\sqrt{32ab^5}$
53. $\sqrt{\frac{5}{4}}$
54. $\sqrt{\frac{t^3}{100t}}$
55. $\sqrt{\frac{8}{18}}$
56. $\sqrt{\frac{32p^4}{49}}$
57. $\sqrt{\frac{s^2t^9}{s^4}}$
58. $\sqrt{\frac{72b^6}{225}}$

11-7 Cómo sumar y restar expresiones radicales *(págs. 835–839)*

EJEMPLO

- **Simplifica $\sqrt{50x} - \sqrt{2x} + \sqrt{12x}$.**

$$\sqrt{50x} - 1\sqrt{2x} + \sqrt{12x}$$
$$\sqrt{(25)(2)x} - 1\sqrt{2x} + \sqrt{(4)(3)x}$$
$$\sqrt{25}\sqrt{2x} - 1\sqrt{2x} + \sqrt{4}\sqrt{3x}$$
$$5\sqrt{2x} - 1\sqrt{2x} + 2\sqrt{3x}$$
$$4\sqrt{2x} + 2\sqrt{3x}$$

EJERCICIOS

Simplifica cada expresión.

59. $6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$
60. $4\sqrt{3} - \sqrt{3}$
61. $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
62. $9\sqrt{5t} - 8\sqrt{5t}$
63. $\sqrt{50} - \sqrt{18}$
64. $\sqrt{12} + \sqrt{20}$
65. $\sqrt{20x} - \sqrt{80x}$
66. $4\sqrt{54} - \sqrt{24}$

11-8 Cómo multiplicar y dividir expresiones radicales *(págs. 840–845)*

EJEMPLOS

- **Multiplica $\left(\sqrt{3} + 6\right)^2$. Escribe el producto en su mínima expresión.**

$\left(\sqrt{3} + 6\right)^2$

$\left(\sqrt{3} + 6\right)\left(\sqrt{3} + 6\right)$ *Desarrolla la expresión.*

$3 + 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 36$ *Usa el método FOIL.*

$39 + 12\sqrt{3}$ *Simplifica.*

- **Simplifica el cociente $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.**

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{15}}{3}$ *Racionaliza el denominador.*

EJERCICIOS

Multiplica. Escribe cada producto en su mínima expresión.

67. $\sqrt{2}\sqrt{7}$
68. $\sqrt{3}\sqrt{6}$
69. $3\sqrt{2x}\sqrt{14}$
70. $\left(5\sqrt{6}\right)^2$
71. $\sqrt{2}\left(4 - \sqrt{8}\right)$
72. $\left(8 + \sqrt{7}\right)^2$

Simplifica cada cociente.

73. $\frac{4}{\sqrt{5}}$
74. $\frac{a\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$
75. $\frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{6}}$
76. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2n}}$
77. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{12}}$
78. $\frac{-3}{\sqrt{3}}$

11-9 Cómo resolver ecuaciones radicales *(págs. 846–853)*

EJEMPLO

- **Resuelve $\sqrt{4x+1} - 8 = -3$. Comprueba tu respuesta.**

$\sqrt{4x+1} - 8 = -3$

$\sqrt{4x+1} = 5$ *Suma 8 a ambos lados.*

$\left(\sqrt{4x+1}\right)^2 = (5)^2$ *Eleva ambos lados al cuadrado.*

$4x + 1 = 25$

$4x = 24$ *Resta 1 de ambos lados.*

$x = 6$ *Divide ambos lados entre 4.*

Comprueba

$\sqrt{4x+1} - 8$	$= -3$
$\sqrt{4(6)+1} - 8$	-3
$\sqrt{25} - 8$	-3
$5 - 8$	-3
-3	-3 ✓

EJERCICIOS

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

79. $\sqrt{x} = 8$
80. $\sqrt{2x} = 4$
81. $\sqrt{x+6} = 3$
82. $-3\sqrt{x} = -15$
83. $3\sqrt{-x} = 27$
84. $\frac{4\sqrt{x}}{5} = 8$
85. $\sqrt{x+1} = \sqrt{3x-5}$
86. $\sqrt{x-2} + 4 = 3$
87. $12 = 4\sqrt{2x+1}$
88. $\sqrt{x-5} = \sqrt{7-x}$
89. $\sqrt{x+2} = 3$
90. $\sqrt{2x-3} = 4$
91. $4\sqrt{x-3} = 12$
92. $\sqrt{x+6} = x$
93. $\sqrt{3x+4} = x$
94. $\sqrt{2x+6} = x - 1$

CAPÍTULO 11

PRUEBA DEL CAPÍTULO

Halla los siguientes tres términos de cada secuencia geométrica.

1. 2, 6, 18, 54, … **2.** 4800, 2400, 1200, 600, … **3.** $-4, 20, -100, 500, \ldots$

4. Comunicaciones Si se suspenden las clases, la secretaria de la escuela llama a 2 familias. Cada una de esas familias llama a otras 2 familias. En la tercera ronda de llamadas, cada una de las 4 familias llama a 2 familias más. Si este patrón continúa, ¿a cuántas familias se llama en la séptima ronda de llamadas?

Representa gráficamente cada función exponencial.

5. $y = -2(4)^x$ **6.** $y = 3(2)^x$ **7.** $y = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x$ **8.** $-\left(\frac{1}{3}\right)^x$

9. Un maestro amplía varias veces un diagrama en una fotocopiadora. La función $f(x) = 3(1.25)^x$ representa la longitud del diagrama, en centímetros, luego de x ampliaciones. ¿Cuál es la longitud después de 5 ampliaciones? Redondea al centímetro más cercano.

10. Chelsea invirtió $5600 a una tasa de 3.6% que se ajusta trimestralmente. Representa la situación con una función de interés compuesto. Luego, halla el saldo después de 6 años.

11. La cantidad de árboles que tiene un bosque disminuye a una tasa de 5% por año. El bosque tenía 24,000 árboles hace 15 años. Representa la situación con una función de decremento exponencial. Luego, halla la cantidad de árboles en la actualidad.

Busca un patrón en cada conjunto de datos para determinar qué tipo de modelo describe mejor los datos.

12. $\{(-10, -17), (-5, -7), (0, 3), (5, 13), (10, 23)\}$ **13.** $\{(1, 3), (2, 9), (3, 27), (4, 81), (5, 243)\}$

14. Usa los datos de la tabla para describir cómo cambia la población de bacterias. Luego, representa los datos con una función. Usa tu función para predecir la población de bacterias después de 10 horas.

Población de bacterias

Tiempo (h)	0	1	2	3
Bacterias	6	18	54	162

Halla el dominio de cada función de raíz cuadrada.

15. $y = 6 + \sqrt{x}$ **16.** $y = -2\sqrt{x + 9}$ **17.** $y = x + \sqrt{3x - 3}$

Representa gráficamente cada función de raíz cuadrada.

18. $f(x) = \sqrt{x} + 2$ **19.** $f(x) = \sqrt{x - 1}$ **20.** $f(x) = -3\sqrt{2x}$

Simplifica. Todas las variables representan números no negativos.

21. $\sqrt{27}$ **22.** $\sqrt{75m^4}$ **23.** $\sqrt{\frac{x^6}{y^2}}$ **24.** $\sqrt{\frac{p^9}{144p}}$

25. $4\sqrt{10} - 2\sqrt{10}$ **26.** $5\sqrt{3y} + \sqrt{3y}$ **27.** $\sqrt{8} - \sqrt{50}$ **28.** $2\sqrt{75} - \sqrt{32} + \sqrt{48}$

29. $\sqrt{2}\sqrt{3m}$ **30.** $\frac{\sqrt{128d}}{\sqrt{5}}$ **31.** $\sqrt{3}\left(\sqrt{21} - 2\right)$ **32.** $\left(\sqrt{3} - 2\right)\left(\sqrt{3} + 4\right)$

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

33. $\sqrt{2x} = 6$ **34.** $\sqrt{3x + 4} - 2 = 5$ **35.** $\frac{2\sqrt{x}}{3} = 8$ **36.** $\sqrt{5x + 1} = \sqrt{2x - 2}$

PRÁCTICA PARA EL EXAMEN DE INGRESO A LA UNIVERSIDAD

CAPÍTULO 11

ENFOQUE EN LAS PRUEBAS DE MATEMÁTICAS SAT

Las universidades usan las calificaciones de las pruebas estandarizadas para confirmar lo que indica tu historial académico. Como los cursos y la instrucción difieren de una escuela a otra, las pruebas estandarizadas son una manera en que las universidades intentan comparar con imparcialidad a los estudiantes para tomar decisiones sobre la admisión.

¡Un consejo! Necesitarás usar una calculadora en las pruebas de matemáticas SAT. Si todavía no tienes una calculadora gráfica, piensa en comprar una porque puede darte una ventaja al resolver algunos problemas. Dedica un tiempo a acostumbrarte a tu calculadora antes de la prueba.

Te recomendamos que tomes el tiempo que te lleva hacer esta prueba de práctica. Deberías tardar aproximadamente 6 minutos en terminar.

1. ¿Cuál es el dominio de $y = \sqrt{x - 4}$?

(A) $x \geq -2$

(B) $x \geq 2$

(C) $x \geq -4$

(D) $x \geq 4$

(E) $x > 4$

2. $\dfrac{\sqrt{8}\sqrt{3}}{\sqrt{5}} =$

(A) $2\sqrt{3}$

(B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

(C) $\sqrt{12}$

(D) $\dfrac{4\sqrt{30}}{5}$

(E) $\dfrac{2\sqrt{30}}{5}$

3. Si $\dfrac{\sqrt{6 - 3x}}{5} = 3$, ¿cuál es el valor de x?

(A) -3

(B) -13

(C) -73

(D) -77

(E) -89

4. El tercer término de una secuencia geométrica es 32 y el quinto término es 512. ¿Cuál es el octavo término de la secuencia?

(A) 544

(B) 1232

(C) 8192

(D) 32,768

(E) 2,097,152

5. Una banda lanza un nuevo CD y hace un seguimiento de las ventas. En la tabla se muestra la cantidad de copias vendidas cada semana (en millares). ¿Qué tipo de función representa mejor estos datos?

Ventas de CD	
Semana	**Copias vendidas (millares)**
1	129.5
2	155
3	179.5
4	203
5	225.5
6	247

(A) función lineal

(B) función cuadrática

(C) función exponencial

(D) función de raíz cuadrada

(E) función de valor absoluto

CAPÍTULO 11

AYUDA PARA LA PRUEBA

Estrategias para la prueba estandarizada

Opción múltiple: *Ninguna de las anteriores* o *Todas las anteriores*

En algunas preguntas de opción múltiple de las pruebas, una de las opciones es *Ninguna de las anteriores* o *Todas las anteriores*. Para responder este tipo de preguntas, primero determina si cada una de las otras opciones es verdadera o falsa. Si hallas que más de una opción es verdadera, es probable que la opción correcta sea *Todas las anteriores*. Si ninguna de las opciones es verdadera, la opción correcta es *Ninguna de las anteriores*.

Si no sabes cómo resolver el problema y debes adivinar, a menudo *Todas las anteriores* es correcta y por lo general *Ninguna de las anteriores* es incorrecta.

EJEMPLO

Hay 8 jugadores en el equipo de ajedrez. ¿Cuál de las siguientes expresiones indica la cantidad de maneras en que el entrenador puede elegir a 2 jugadores para comenzar la partida?

Ⓐ ${}_8C_2$

Ⓑ $\frac{8!}{2!(6!)}$

Ⓒ 28

Ⓓ Todas las anteriores

Observa que la opción D es Todas las anteriores. *Esto significa que debes analizar cada opción. Cuando consideres cada opción, márcala como verdadera o falsa en tu cuadernillo de la prueba.*

A Como el orden no importa, éste es un problema de combinación. La cantidad de combinaciones de 8 jugadores, tomados de a 2 por vez, se calcula mediante ${}_nC_r$, donde $n = 8$ y $r = 2$. Por lo tanto, ${}_8C_2$ es un modelo correcto de la combinación. La opción A es verdadera.

B La cantidad de combinaciones de 8 jugadores, tomados de a 2 por vez, se calcula mediante ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, donde $n = 8$ y $r = 2$.

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!(6)!}$$

La opción B es un modelo correcto de la combinación. La opción B también es verdadera. Es probable que la respuesta sea la opción D, *Todas las anteriores*, pero también debes comprobar si la opción C es verdadera.

C La cantidad de combinaciones de 8 jugadores, tomados de a 2 por vez, se calcula mediante ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, donde $n = 8$ y $r = 2$.

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!(6)!} = 28$$

La opción C es un modelo correcto de la combinación. La opción C también es verdadera.

Como A, B y C son todas verdaderas, la respuesta correcta es D, *Todas las anteriores*.

¡Un consejo!

Ten cuidado con los problemas que contienen más de una palabra negativa, como *no*, *ni* o *nunca*. Lee el problema y cada opción dos veces antes de seleccionar una respuesta.

Lee cada punto de la prueba y responde las preguntas que le siguen.

A

La calificación media en una prueba es 68. ¿Qué opción NO puede ser verdadera?

Ⓐ Todas las calificaciones son 68.

Ⓑ La mitad de las calificaciones son 68 y la otra mitad son 0.

Ⓒ La mitad de las calificaciones son 94 y la otra mitad son 42.

Ⓓ Ninguna de las anteriores

1. ¿Cuál es la definición de *media*?
2. Si hallas que una opción es verdadera, ¿es ésa la respuesta correcta? Explica.
3. Willie determinó que A y C podían ser verdaderas. Por lo tanto, seleccionó D como su respuesta. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

B

¿Cuál es la probabilidad de lanzar un dado y que caiga en 2?

Ⓕ $16.\overline{6}\%$

Ⓖ $1 - P(\text{que caiga en } 1, 3, 4, 5 \text{ ó } 6)$

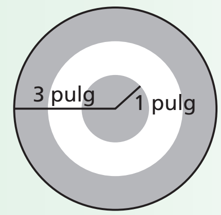
Ⓗ $\frac{1}{6}$

Ⓙ Todas las anteriores

4. ¿Cuál es el complemento de que el dado caiga en 2? ¿Es correcta la opción G? Explica.
5. Si lanzas un dado, ¿cuántos resultados posibles hay? ¿Cómo te ayuda esta información a resolver este problema?
6. ¿El valor que se da en la opción H es equivalente a alguna otra opción? Si lo es, ¿a cuál o cuáles?
7. ¿Cuántas opciones son verdaderas? ¿Cuál es la respuesta correcta a la pregunta de la prueba?

C

Supongamos que un dardo se clava al azar en un punto de la diana circular. Halla la probabilidad de que el dardo NO se clave dentro del círculo central.



Ⓐ $\frac{1}{9}$

Ⓑ 8π

Ⓒ $\frac{8}{9}$

Ⓓ Ninguna de las anteriores

8. Kyle halla que las opciones A y B son falsas. Para ahorrar tiempo, selecciona la opción D como su respuesta porque piensa que es probable que la opción C también sea falsa. ¿Crees que Kyle tomó una decisión acertada? ¿Por qué?
9. ¿Cuál es la fórmula del área de un círculo? ¿Cuál es el área total de esta diana? ¿Cómo puedes determinar el área de la diana fuera del círculo central?
10. Determina si las opciones A, B y C son verdaderas y luego da la respuesta correcta a esta pregunta de la prueba.

D

Cada miembro de un gimnasio recibe una combinación de 3 dígitos para usar un casillero. Los dígitos van del 0 al 9 y se pueden repetir. ¿Cuál es la probabilidad de que recibas un código con tres números idénticos?

Ⓕ $\frac{1}{100}$

Ⓖ $\frac{10}{{}_{10}C_3}$

Ⓗ ${}_{10}P_3 = \frac{10!}{7!}$

Ⓙ Todas las anteriores

11. ¿Cómo puedes determinar si la opción J es la respuesta correcta a esta pregunta de la prueba?
12. ¿Son equivalentes los valores que se dan en las opciones F, G y H? ¿Qué te indica esto sobre la opción J?

PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA ESTANDARIZADA

go.hrw.com
Práctica en línea para la prueba estatal
CLAVE: MA7 TestPrep

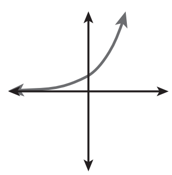
EVALUACIÓN ACUMULATIVA, CAPÍTULOS 1–11

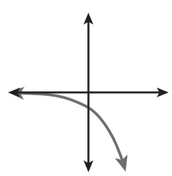
Opción múltiple

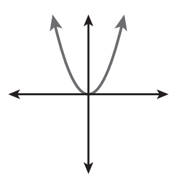
1. Una secuencia se define por la regla $a_n = -3(2)^{n-1}$. ¿Cuál es el 5.° término de la secuencia?

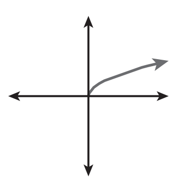
Ⓐ 5
Ⓑ −30
Ⓒ −48
Ⓓ −216

2. ¿Cuál podría ser la gráfica de $y = -2^x$?

Ⓕ


Ⓖ


Ⓗ


Ⓙ


3. ¿Cuál es la pendiente de la línea descrita por $4x - 3y = 12$?

Ⓐ 4
Ⓑ 3
Ⓒ $\frac{4}{3}$
Ⓓ $-\frac{3}{4}$

4. Las probabilidades a favor de que una flecha giratoria caiga en azul son 2:7. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha NO caiga en azul?

Ⓕ $\frac{7}{9}$ Ⓗ $\frac{2}{7}$
Ⓖ $\frac{5}{7}$ Ⓙ $\frac{2}{9}$

5. ¿Qué regla se puede usar para hallar cualquier término de la secuencia 8, 4, 2, 1, ...?

Ⓐ $a_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ Ⓒ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
Ⓑ $a_n = 2(1)^n$ Ⓓ $a_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

6. Jerome caminó en una cinta de andar durante 45 minutos a una velocidad de 4.2 millas por hora. ¿Aproximadamente qué distancia caminó Jerome?

Ⓕ 1.89 millas
Ⓖ 2.1 millas
Ⓗ 3.15 millas
Ⓙ 5.6 millas

7. ¿Cuál es la solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$$

Ⓐ (4, 6) Ⓒ (2, 1)
Ⓑ (3, 4) Ⓓ (0, 2)

8. ¿Cuál es la descomposición en factores completa de $2x^3 + 18x$?

Ⓕ $2x(x^2 + 9)$
Ⓖ $2x(x + 3)^2$
Ⓗ $2x(x + 3)(x - 3)$
Ⓙ $2(x^3 + 18)$

9. ¿Qué par ordenado está en la gráfica de $y = 3(2)^{x+1}$?

Ⓐ (−1, 0) Ⓒ (1, 12)
Ⓑ (0, 9) Ⓓ (3, 24)

Cuando en un punto de la prueba se da una ecuación para resolver, puede ser más rápido trabajar en sentido inverso desde las opciones de respuesta, sustituyéndolas en la ecuación. Si te queda tiempo, comprueba tu respuesta resolviendo la ecuación.

10. ¿En qué opción se muestra el producto de 5.1×10^4 y 3×10^9 escrito en notación científica?

(F) 1.53×10^{12}

(G) 1.53×10^{14}

(H) 15.3×10^{12}

(J) 15.3×10^{13}

11. ¿Qué opción es una secuencia aritmética?

I 3, 6, 9, 12, 15, …
II 1, 10, 100, 1000, …
III 4000, −2000, 1000, −500, …

(A) sólo I

(B) II y III

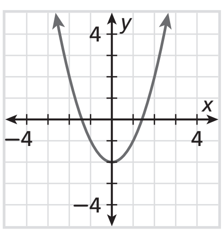
(C) I y III

(D) sólo III

Respuesta gráfica

12. La función $f(x) = 30{,}000(0.8)^x$ da el valor de un vehículo, donde x es la cantidad de años después de la compra. Según la función, ¿cuál será el valor del automóvil en dólares 8 años después de la compra? Redondea tu respuesta al número natural en dólares más cercano.

13. La gráfica de $f(x)$ se muestra a continuación. ¿Cuántos ceros tiene $f(x)$?



14. Rosalind compró una máquina de coser en una oferta con 20% de descuento. El precio de venta original de la máquina era $340. ¿Cuál era el precio de oferta en dólares?

15. Dos aviones salen de un aeropuerto, uno hacia el norte y el otro hacia el oeste. Después de varios minutos, el primer avión está 12 millas al norte del aeropuerto y el segundo avión está 15 millas al oeste del aeropuerto. Estima la distancia entre los dos aviones al centésimo de milla más cercano.

Respuesta breve

16. En la tabla se muestra la cantidad de personas recientemente infectadas por un determinado virus, con una persona como fuente original.

Semana	1	2	3	4	5	6	7
Personas recientemente infectadas	1	3	9	27	81	243	729

a. ¿Qué describe mejor el conjunto de datos: una función lineal, una función cuadrática o una función exponencial? Representa los datos con una función.

b. Usa la función para predecir la cantidad de personas que se infectarán en la 10.ª semana. Muestra tu trabajo.

17. Ellen y Mary fueron de campamento. El costo total del viaje fue $124, que las niñas dividieron en partes iguales. Ellen pagó 4 noches en el campamento y $30 por las provisiones. Mary pagó 2 noches en el campamento y $46 por las provisiones.

a. Escribe una ecuación que se podría usar para hallar el costo de estadía de una noche en el campamento. Explica qué representa cada variable de tu ecuación.

b. Resuelve tu ecuación de la parte **a** para hallar el costo de la estadía por una noche en el campamento. Muestra tu trabajo.

Respuesta desarrollada

18. Regina comenzará un programa de entrenamiento para prepararse para una carrera. En la semana 1, correrá 3 millas durante cada sesión de ejercicios. Cada semana a partir de entonces, planea aumentar 20% la distancia de su recorrido.

a. Muestra con una ecuación la cantidad de millas que Regina planea correr durante sus sesiones de ejercicios cada semana. Usa la variable n para representar el número de semana.

b. Haz una tabla de valores para mostrar las distancias de los recorridos en las sesiones de ejercicios de Regina durante las primeras 6 semanas. Redondea cada distancia al centésimo de milla más cercano. Luego, representa gráficamente los puntos.

c. Explica cómo usar tu ecuación de la parte **a** para determinar cuántas millas correrá Regina durante cada sesión de ejercicios de la semana 8. Luego, halla esta cantidad.

d. Explica cómo usar tu gráfica de la parte **b** para determinar cuántas millas correrá Regina durante cada sesión de ejercicios de la semana 8. ¿De qué manera la gráfica comprueba la respuesta que hallaste en la parte **c**?